

УДК 622.271.3

# ОПТИМИЗАЦИЯ КОНФИГУРАЦИИ БОРТА КАРЬЕРОВ В ЦЕЛЯХ ПОВЫШЕНИЯ ФИНАНСОВОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ И СОКРАЩЕНИЯ УГЛЕРОДНОГО СЛЕДА ПРИ ДОБЫЧЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ ОТКРЫТЫМ СПОСОБОМ\*

С. УТИЛИ<sup>1,2\*</sup>, А. АГОСТИ<sup>2</sup>, Н. МОРАЛЕС<sup>3</sup>, К. ВАЛЬДЕРРАМА<sup>4</sup>,  
Р. ПЕЛЛ<sup>5</sup>, Г. АЛЬБОРНОЗ<sup>6</sup>

<sup>1</sup>OptimalSlope Ltd., Лондон, Великобритания

<sup>2</sup>Кафедра технологии, Университет Ньюкасла, Ньюкасл, Великобритания

<sup>3</sup>Факультет горного дела и технологии материалов,  
Политехнический университет Монреаля, Канада

<sup>4</sup>Itasca Chile, Сантьяго, Чили

<sup>5</sup>Minviro Ltd., Лондон, Великобритания

<sup>6</sup>SRK Chile, Сантьяго, Чили

## 1. Введение

В последние четыре десятилетия наблюдается тенденция увеличения глубины ведения горных работ открытым способом (рис. 1, а). В существующих карьерах углубка стала возможна благодаря созданию оборудования повышенной производительности, а также появлению более эффективных методов и технологий добычи. В это же время глубина залегания невовлеченных в отработку рудных тел понижается (см. рис. 1, б). В период между 1930 и 2000 г. средняя глубина ведения открытых горных работ в таких странах, как Австралия, Канада и США, увеличилась от значений обнажений до 295 м [1]. Как следствие, возросла важность увеличения крутизны откосов бортов карьеров до максимально возможной величины, так как в более глубоких карьерах крутизна откоса бортов оказывает более сильное влияние на объемы вскрышных работ и, таким образом, – на рентабельность горнодобывающего предприятия [2].

Кроме того, увеличивается доля открытых работ на повышенных глубинах во вмещающих массивах, сложенных слабыми породами, например сапролитами [4]. В слабых породах откосы бортов карьеров делают менее крутыми по сравнению с прочными породами в целях предотвращения обрушений, что, в свою очередь, ведет к увеличению объемов вскрышных пород. Поэтому любое возможное увеличение предельного угла откоса (ПУО) борта карьера приобретает повышенную значимость ввиду повышения рентабельности горных работ.

Примечательный случай обоснованности нелинейности профиля откоса, т. е. с изменяющимся по глубине углом наклона по сравнению с линейным, т. е. плоским профилем, был отмечен еще в 1890 г. [5]. Автором было обнаружено, что зарубный штыб, полученный при выемке в полости с вогнутыми бортами в однородных пластах глины, имеет более высокую прочность, чем в полости с плоскими бортами

Угол откоса борта карьера оказывает значительное влияние на уровень доходов горнодобывающего предприятия. В статье предлагается новая методология проектирования угла откоса бортов карьеров при увеличении их заоткоски в предельном положении без ухудшения безопасности горных работ.

В существующей практике проектирования профили бортов карьеров зачастую имеют плоские сечения в слое пород, т. е. профиль борта в каждом породном слое имеет постоянный уклон. В нашем случае оптимизация откосов бортов осуществляется в новой программе OptimalSlope с изменением угла наклона борта по глубине. В программе OptimalSlope решается математическая задача оптимизации с максимизацией предельного откоса борта от его наивысшей точки до подошвы для данных литологических условий, инженерно-геологических свойств пород и их коэффициента устойчивости. Геометрические параметры уступов (высота, угол уклона забоя, минимальная ширина бермы) подлежат оптимизации как ограничивающие факторы, связывающие локальный максимум откоса оптимального профиля борта с другими условиями, такими как геологические отдельности, способные вызвать обрушение откоса. Полученные оптимизированные профили всегда имеют более крутой уклон на  $8^\circ$  по сравнению со своими двухмерными эквивалентами (т. е. двухмерными профилями с таким же коэффициентом устойчивости) в зависимости от типа пород и жесткости ограничений, установленных на значения локальных уклонов.

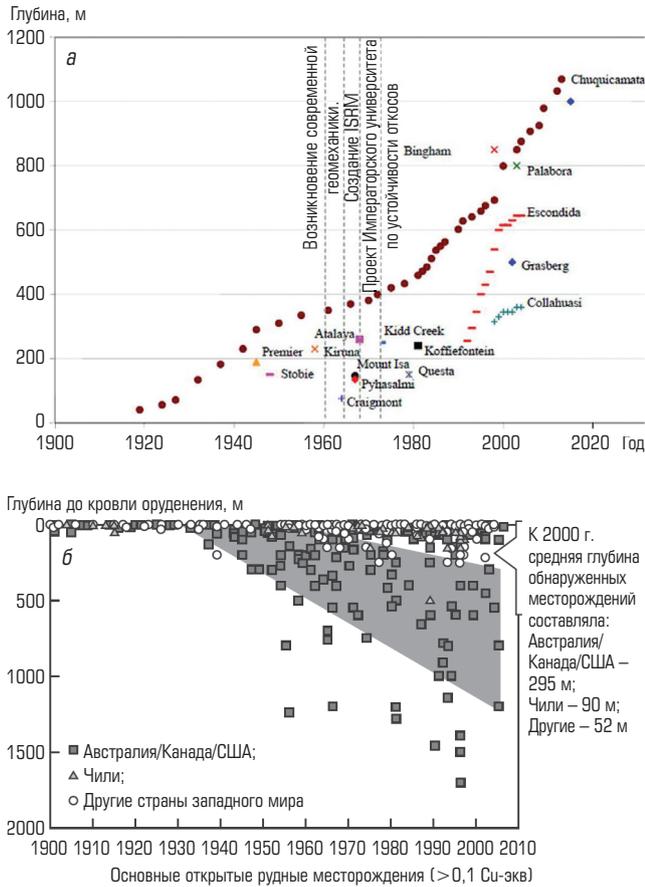
На примере меднорудного карьера проведено проектирование откоса борта в двухмерном случае и с помощью OptimalSlope. При оптимизированном откосе борта получено повышение чистой приведенной стоимости на 34 %, сокращение углеродного следа на 0,17 млн т в эквиваленте  $CO_2$  и снижение потребления энергии на 82,5 млн МДж вследствие уменьшения объема вскрышных работ на 15 %.

**Ключевые слова:** карьер, стратегическое проектирование, оптимизация откоса борта, оптимизация, чистая приведенная стоимость (NPV), снижение потерь, уменьшение углеродного следа, OptimalSlope

при одинаковых ПУО, которые, в свою очередь, прочнее, чем в полости с выпуклыми бортами (рис. 2, а). Спустя несколько десятилетий Хоек и Браун в главе 12 второго издания [6] изучили устойчивость вогнутых откосов круглого поперечного сечения. При условии однородного вмещающего массива пород и с помощью критерия прочности Кулона–Мора (KM), принятого для описания прочностных характеристик пород, т. е. сцепления  $c$  и внутреннего угла трения  $\varphi$ , авторы получили более высокое значение числа устойчивости (которое представляет собой безразмерный показатель механической

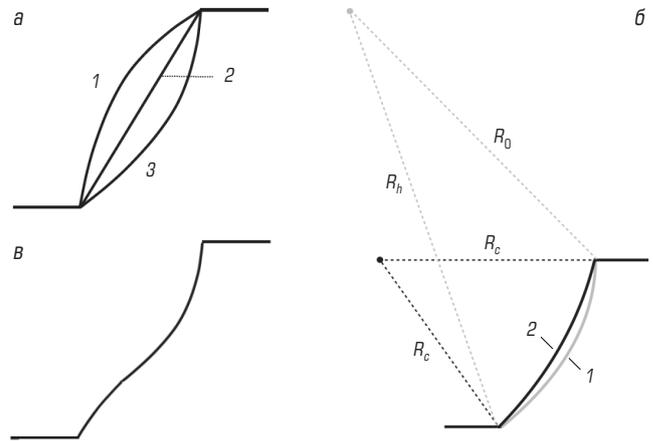
\* Статья опубликована на английском языке в журнале *Mining, Metallurgy & Exploration*. 2022. Vol. 39. По просьбе авторов публикуется перевод данной статьи с актуализацией результатов, полученных после ее первого издания.

\*\*Контактное лицо: stefano\_utili@optimalslope.com



**Рис. 1. Увеличение глубины отработки открытым способом по [3] (а); средняя глубина новых открытых месторождений руд по [1] (б)**

устойчивости откосов, представленный далее в разделе 3) в случае круговых профилей, чем для плоских профилей, т. е. плоских откосов при одинаковых ПУО и точках подошвы и гребня. Закругленные откосы бортов исследовали также при проектировании железорудных карьеров в Канаде [7]. Хоек и Браун настоятельно рекомендуют воздерживаться от принятия однородных откосов бортов, так как в этом случае полностью игнорируется тот факт, что прочность геоматериалов имеет тенденцию изменяться с глубиной, с меньшим значением прочности в верхней части откоса благодаря хорошо известным геологическим процессам (например, отложение почв, выветривание и т. д.). Первый системный теоретический анализ механических свойств вогнутых профилей откосов в геоматериалах, обладающих определенным сцеплением, что применимо ко всем типам горных пород, а также глинистым грунтам, представлен в [8]. В данном исследовании системно доказано наличие более высокой устойчивости в случае логоспиральных профилей (логоспиралей), имеющих радиус кривизны, возрастающий с глубиной (см. рис. 2, а), по сравнению с плоскими профилями при условии однородных откосов с прочностными характеристиками  $c$  и  $\phi$ . С использованием метода верхней оценки при анализе предельных состояний Утили и Нова [8], во-первых, системно определили оптимальную форму логоспиралей, связанной с максимальным числом



**Рис. 2. Формы откосов:**

а – вогнутый (1), плоский (2) и выпуклый (3) откосы при одинаковом значении предельного угла; б – профили откосов в однородных породах ( $c$ - $\phi$ ): оптимальная логоспираль (1) [8] и оптимальный закругленный профиль (2) [10] (так как окружность является частным случаем логоспиралей, т. е. логоспиралей с постоянным радиусом (а не переменным), оптимальный логоспиральный профиль всегда более устойчивый, чем скругленный); в – оптимизированный частично вогнутый и частично выпуклый профиль, полученный в среде OptimalSlope для однородного  $c$ - $\phi$ -откоса

устойчивости для нескольких заданных значений ПУО, во-вторых, провели сравнительный анализ логоспиралей и их плоских эквивалентов. Показано, что профили логоспиралей характеризуются более высоким значением коэффициента устойчивости, чем плоские эквиваленты, при любых значениях  $c$  и  $\phi$  с учетом наивысшего прироста при полуугле и вертикали, т. е. для ПУО  $\sim \pi/4 + \phi/2$ . Последующие исследования [9–11] были посвящены устойчивости вогнутых профилей полостей в однородных геоматериалах ( $c$ - $\phi$ ) с использованием методов линий скольжения [9], предельного равновесия [10] и конечных элементов для оценки устойчивости откосов. Все исследователи пришли к одному и тому же выводу относительно повышенной устойчивости нелинейных вогнутых профилей. С другой стороны, ключевым ограничением данных исследований является принятие определенной формы профиля, т. е. круг [10], логоспираль [8] или кривая, происходящая из теории поля линий скольжения и соответствующих уравнений [9], и, таким образом, оптимальная форма находится как форма, связанная с максимальным числом устойчивости среди кривых из очень ограниченного семейства. Очевидно, что такие профили больше субоптимальны, и истинно оптимальный профиль невозможно получить путем подобного исследования. Фактически профиль выемки в однородном ( $c$ - $\phi$ ) геоматериале, оптимизированный в среде OptimalSlope [12], оказывается частично вогнутым и частично выпуклым (см. рис. 2, в), т. е. отличным от чисто вогнутого профиля, рассмотренного в [8–11]. Еще одно, возможно, более значимое ограничение состоит в допущении однородности откоса во всех вышеприведенных методах, что делает их результаты не применимыми для реальных карьеров, характеризующихся обычно

сложным литологическим составом горных пород, имеющих различную механическую прочность, а также присутствием разнообразных геологических отделистостей.

Поиск оптимального профиля откоса борта карьера представляет собой трудную задачу топологической оптимизации, так как откосообразование вызывает значительные необратимые (пластические) деформации, вызывающие существенное перераспределение напряжений на стадии предразрушения пород, в то время как существующая в геотехнологии теория топологической оптимизации в основном имеет дело с упругими средами [13]. Игнорирование начала пластического деформирования откоса, т. е. допущение чисто упругого механизма деформирования, не является жизнеспособной опцией, так как в результате получается слишком заниженная оценка сопротивления разрушению откоса по критерию коэффициента устойчивости. Введение теории пластичности в топологическую оптимизацию находится в зачаточном состоянии [14]. Поэтому существующие в литературе алгоритмы топологической оптимизации неприменимы для поиска оптимального профиля откоса. В программе OptimalSlope используется тот факт, что разрушение откоса происходит либо по вращательному механизму (плоское разрушение является частным случаем разрушения вращением с бесконечным радиусом кривизны), либо согласно механизмам, кинематика которых обусловлена наличием неоднородностей (например, граница раздела двух типов пород, разломы, трещиноватость, напластование, и др.). Для откосов, обустроенных в однородных по критерию  $c$ - $\phi$  геоматериалах, применение метода верхней границы при анализе предельных состояний позволяет определить механизм критического вращения просто путем определения минимума аналитической целевой функции без дискретизации откоса на конечные элементы [15]. Эту функцию получают путем установления энергетического баланса между внешней работой, выполняемой массивом, в котором ожидается разрушение, и энергией, рассеиваемой вдоль поверхности разрушения. Уравнение распространили на случай критического механизма для кусочно-линейного профиля откоса в однородном породном слое, а затем на случай многослойного откоса [12]. Кроме того, постановку задачи распространили на случай откосов в породах, удовлетворяющих обобщенному критерию прочности Хоека–Брауна (ОХБ) [16, 17]. Минимум функции уравнения энергетического баланса и, таким образом, критический механизм разрушения определяют в среде OptimalSlope [12]. Со времени внедрения критерия ОХБ сообщество геомехаников достигло прочного консенсуса относительно превосходства данного критерия над критерием КМ в области описания прочности пород [18, 19]. Однако для массивов сильно выветрелых пород, а также аллювиума лучше применять критерий КМ [4], поэтому в некоторых случаях для оценки прочности одних породных массивов используют критерий КМ, а других – критерий ОХБ. Программа OptimalSlope работоспособна в обоих случаях, так как в ней параметры, входящие в критерий ОХБ, конвертируются в эквиваленты параметров  $c$ - $\phi$  с помощью метода Ренани–Мартина [20].

Борта карьеров обычно слагаются пластами пород различной прочности. Программа OptimalSlope позволяет определять оптимальный профиль откоса для любой заданной литологической последовательности (в качестве входных данных можно задавать

любое число слоев, при этом прочность разных пластов можно описывать либо с помощью критерия КМ, либо критерия ОХБ) без необходимости ограничения поиска какого-то определенного семейства профилей. Оптимальный профиль откоса находят из решения математической задачи оптимизации, где ПУО, т. е. уклон откоса от гребня до подошвы, максимизируется при любой заданной стратиграфии, прочностных характеристиках пород и их коэффициента устойчивости. Геометрические размеры уступов (высота, откос забоя, минимальная ширина берм) задаются в качестве ограничений, связывающих максимальный локальный уклон искомого профиля откоса с другими геометрическими условиями, предотвращающими локальные разрушения, вызванные геологическими неоднородностями, т. е. разломами и трещинами (см. раздел 3).

В этом разделе статьи представлен финансовый и экономический эффект оптимизации откосов бортов. В разделе 3 описывается методология оптимизации, а в разделе 4 – ее результаты и выводы. В методологическом разделе демонстрируется работа оригинальной программы OptimalSlope [21] и ее взаимодействие с другими программными пакетами, применяемыми в стратегическом проектировании открытых горных работ.

## 2. Пример

Оптимизация откосов борта карьера рассматривается на примере блочной модели конкретного меднорудного месторождения. Модель предоставлена горнодобывающей компанией, ведущей разработку данного месторождения и сотрудничающей с Лабораторией проектирования рудников Дельфос Чилийского университета (рис. 3). Из-за соглашения о неразглашении название и местоположение исследуемого месторождения не могут быть раскрыты. Все параметры, необходимые для проектирования, взяты из [22], за исключением поправочного коэффициента стоимости (ПКС), специально рассчитанного для данного анализа. Характеристики блочной модели следующие: кубические блоки общим числом 647446 каждый размером  $10 \times 10 \times 10$  м составляют блочную модель размером  $2250 \times 2250 \times 360$  м. После анализа литологии выбранного объекта исследований и инженерно-геологических свойств пород были грубо выделены два однородных участка карьера [22] (рис. 4). Для каждого участка выбрано представительное поперечное сечение для проектирования профиля борта.

Прочность на одноосное сжатие (UCS), геологический индекс прочности (GSI)  $m_i$  и фактор нарушенности  $D$  даны в табл. 1. Прочность пород характеризуется критерием ОХБ [16]. Фактор нарушенности учитывает ослабленность пород вследствие буровзрывных работ и разгрузки от напряжений. Если принять  $D = 1$  во всем массиве, это будет консервативный подход, так как проведение буровзрывных работ в современных карьерах хорошо контролируется. Кроме того, глубина карьера такова, что величина разгрузки от напряжений не вызовет значительных разрушений. Однако в нашем случае  $D = 1$  согласуется с набором входных данных [22], поэтому допускаем определенную степень консервативности в отношении значения данного параметра.

Значения параметров экономики, металлургического передела, а также ставка дисконтированного дохода согласно [22] перечислены в табл. 2. С учетом капитальной стоимости в [22]

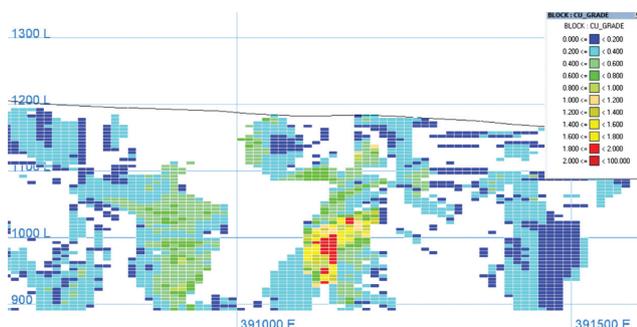


Рис. 3. Блочная модель (сечение в направлении восток–запад) [22]

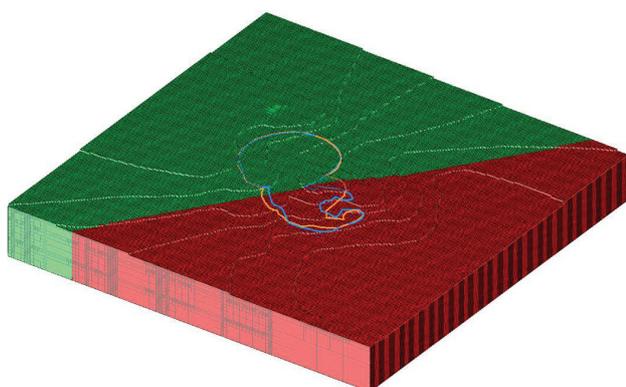


Рис. 4. Трехмерный вид блочной модели и выбранных участков карьера:

красный цвет – сектор S1, зеленый цвет – сектор S2; посередине топографической поверхности – контур предельной границы карьера: оранжевый цвет – плоские борта; голубой цвет – оптимизированный откос борта

принимается во внимание только стоимость для обогатительной фабрики. Однако авторы статьи хотели учесть все виды стоимости, типичные для проекта открытых горных работ (табл. 3).

### 3. Методология

Проектирование борта карьера – итеративный процесс, в котором принимают участие многопрофильные группы, состоящие из геологов, геотехников и горных инженеров [1]. Каждая команда циклически выполняет определенные шаги [23]. Обычно на испытательной площадке бурят несколько скважин и берут образцы кернов для лабораторного определения механической прочности геоматериалов и ключевых литологических отдельностей. Затем осуществляют предварительный упрощенный расчет и вычерчивают контур границ карьера по поверхности. Потом карьер делят на сектора для проектирования бортов [23]. Целесообразно делить карьер на малые сектора для получения репрезентативных двухмерных вертикальных сечений, представляющих литологический состав пород в каждом секторе. После этого необходимо спроектировать форму борта для каждого поперечного сечения с максимально крутым уклоном и в соответствии с заданным

Таблица 1. Инженерно-геологические свойства [22]

Сектор	UCS, МПа	GSI	$m_i$	$D$	$\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>
S1	65	45	15	1	25,9
S2	50	45	12	1	25,9

Таблица 2. Экономические параметры и металлургическое восстановление [22]

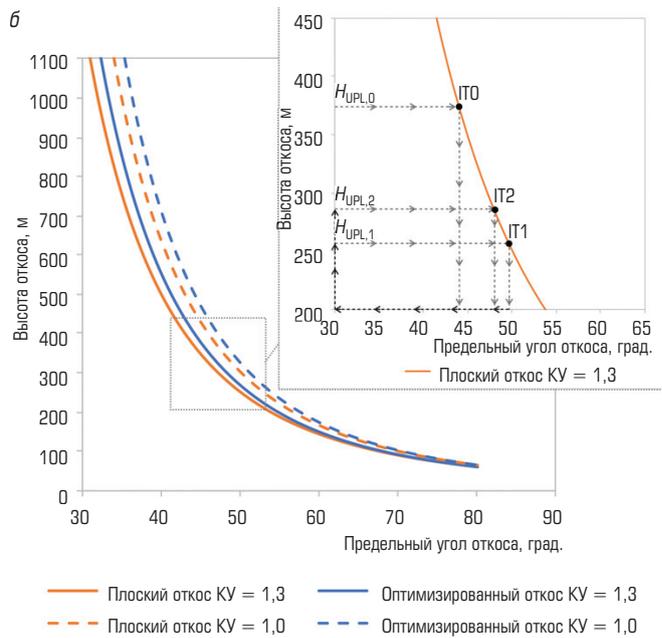
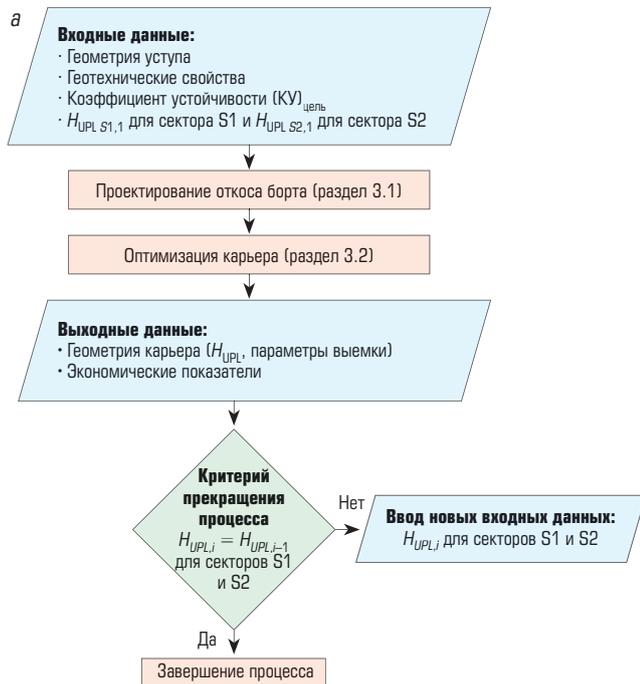
Цена меди, долл. США/т	6000	3
Торговые издержки, долл. США/т	1700	0,85
Контрольная стоимость добычи, долл. США/т		3,4
Стоимость обогащения, долл. США/т		6,1
Металлургическое восстановление, %		85
ПКС, долл. США/т/уступ		0,13
Ставка дисконта, %		10
Предел обогатительной технологии, млн т/год		5
Предел геотехнологии, млн т/год		10

Таблица 3. Распределение капитальных затрат

Объект проектирования, виды работ	Характеристика	Стоимость, млн долл. США
Открытые работы	Добывающая инфраструктура	11,2
Обогатительная фабрика	Сгущение, фильтрация и хранение концентрата	5,7
	Дробильная установка	99
	Флотация и доизмельчение	28,3
	Молибденовая установка	3,7
	Всего	136,7
Дробление	Предварительное дробление, переработка крупной руды	45
Хвосты	Сгущение хвостов и утилизация воды	9,5
Материально-техническая база	Фабричная инфраструктура	9,6
Вспомогательные системы	Службы	34,5
	Общая площадь	3,4
	Всего	37,9
<b>Итого</b>		<b>250</b>

коэффициентом устойчивости, предотвращающем обрушение. Полученные профили бортов совместно со значимыми экономическими и металлургическими данными вводят в оптимизационную программу с целью расчета предельного контура карьера (ПКК) и эффективного минимального размера заходок. Это выполняется обычно с помощью алгоритма Лерха–Гроссмана [24] или более позднего метода псевдопотока [25]. В обоих алгоритмах необходимо определить очередность отработки блоков в модели в пределах границ карьера. Оценка очередности отработки блоков в карьерах переменного с глубиной угла откоса бортов описана в [26, 27].

Приведенная выше итерационная процедура расчета ПКК представлена на рис. 5. Процедура не зависит от принятой формы



**Рис. 5. Проектирование карьера:**

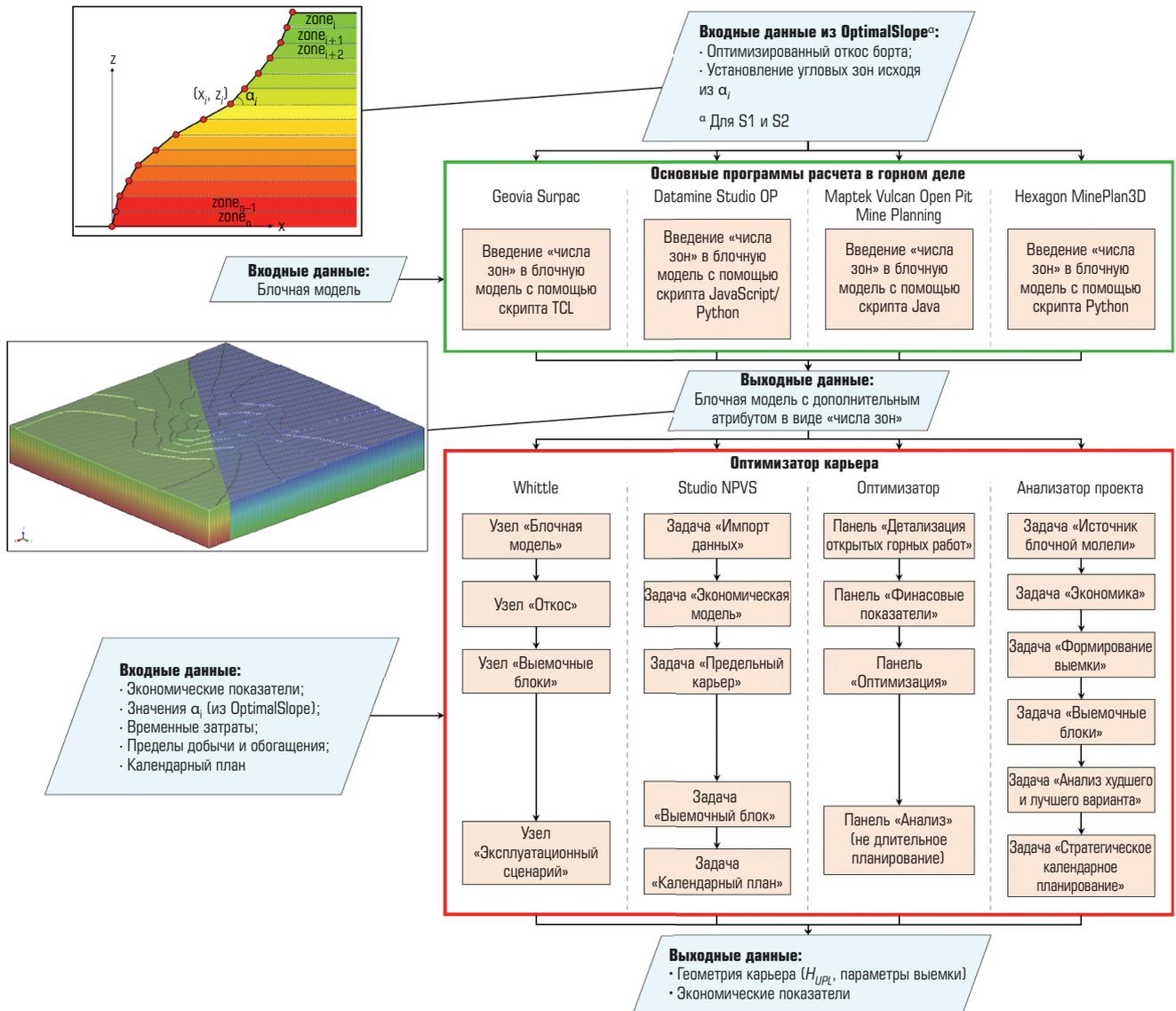
*а* – схема итерационного процесса определения предельного контура карьера и минимального, экономически эффективного размера добычных блоков (процесс одинаков для любых принятых профилей бортов); *б* – зависимость высоты откоса (борта) карьера от общего угла откоса при разных значениях коэффициента устойчивости и разных формах профиля борта (плоский профиль показан оранжевым цветом, оптимизированный профиль – голубым цветом); данные кривые были получены для конкретных инженерно-геологических условий анализируемого карьера, с другим набором характеристик прочности пород будут получены другие кривые с сохранением качественных тенденций; на рисунке графически показаны итерации, выполненные до получения ПУО борта в каждом секторе карьера: серыми стрелками обозначен процесс проектирования профилей бортов при заданных высотах (см. раздел 3.1), черными стрелками показан процесс оптимизации профилей с получением глубины карьера в предельном контуре при заданных профилях (см. раздел 3.2)

профиля борта, т. е. плоской или оптимальной: начальную глубину карьера  $H_0$  считают равной общей высоте блочной модели за вычетом «воздушных» блоков (выработанное пространство):  $H_{UPL\ S1,0} = H_{UPL\ S2,0} = 370$  м, где  $H_{UPL\ S1,0}$  и  $H_{UPL\ S2,0}$  – высота борта в секторе S1 и S2, соответственно; UPL – предельная граница контура карьера. Затем рассчитывают характерные профили бортов при определенной глубине карьера в каждом секторе: для плоских бортов используется метод предельного равновесия в программе Slide2 [28], оптимальные профили определяют в OptimalSlope. Затем профили бортов вводят в оптимизатор (Geovia Whittle 4.7.3) и запускают его до получения предельного контура карьера (необходимые шаги описаны в разделе 3.2). Детали интеграции процедур, выполняемых в OptimalSlope и в Geovia, представлены на **рис. 6**. Кроме того, на рисунке описано комплексирование программы OptimalSlope с тремя другими основными коммерческими программными пакетами в горном деле, а именно: Datamine, Maptek и Hexagon Mining. Следует отметить, что процесс в принципе не зависит от применяемого программного обеспечения, однако названия модулей программ, обрабатывающих блочную модель, их язык и некоторые функции оптимизатора могут различаться. Поэтому авторами статьи была проверена и подтверждена применимость описанной процедуры

проектирования совместно с программами, указанными на рис. 6, а именно: Geovia Surpac [29] и Whittle [30], Datamine Studio OP [31] и Studio NPVS [32], Maptek Vulcan Open Pit Mine Planning [33], Hexagon MinePlan3D [34] и Project evaluator [35]. Значение глубин карьеров  $H_{UPL\ S1,1}$  для сектора S1 и  $H_{UPL\ S2,1}$  для сектора S2 в предельных границах, полученных как выходные данные стратегической карьерной оптимизации, сравнили с заданными входными значениями глубин,  $H_{UPL\ S1,0}$  и  $H_{UPL\ S2,0}$  соответственно. Вследствие их различия провели повторную итерацию, в которой глубины  $H_{UPL\ S1,1}$  и  $H_{UPL\ S2,1}$  были приняты в качестве входных данных для повторного процесса расчета откоса и второго цикла работы оптимизатора. Процедуру считали оконченной, когда величины глубин карьера в предельном контуре, полученные оптимизатором, были равны значениям, заданным как входные в расчете откосов бортов в каждом секторе карьера. Итерации до достижения сходимости представлены в табл. 5 (раздел 4).

### 3.1. Проектирование бортов карьеров

Все чаще горнодобывающие предприятия вынуждены вести открытую разработку полезных ископаемых в сложных литологических условиях, в которых разрушение по разным механизмам (например, обрушение уступов, площадок между транспортными

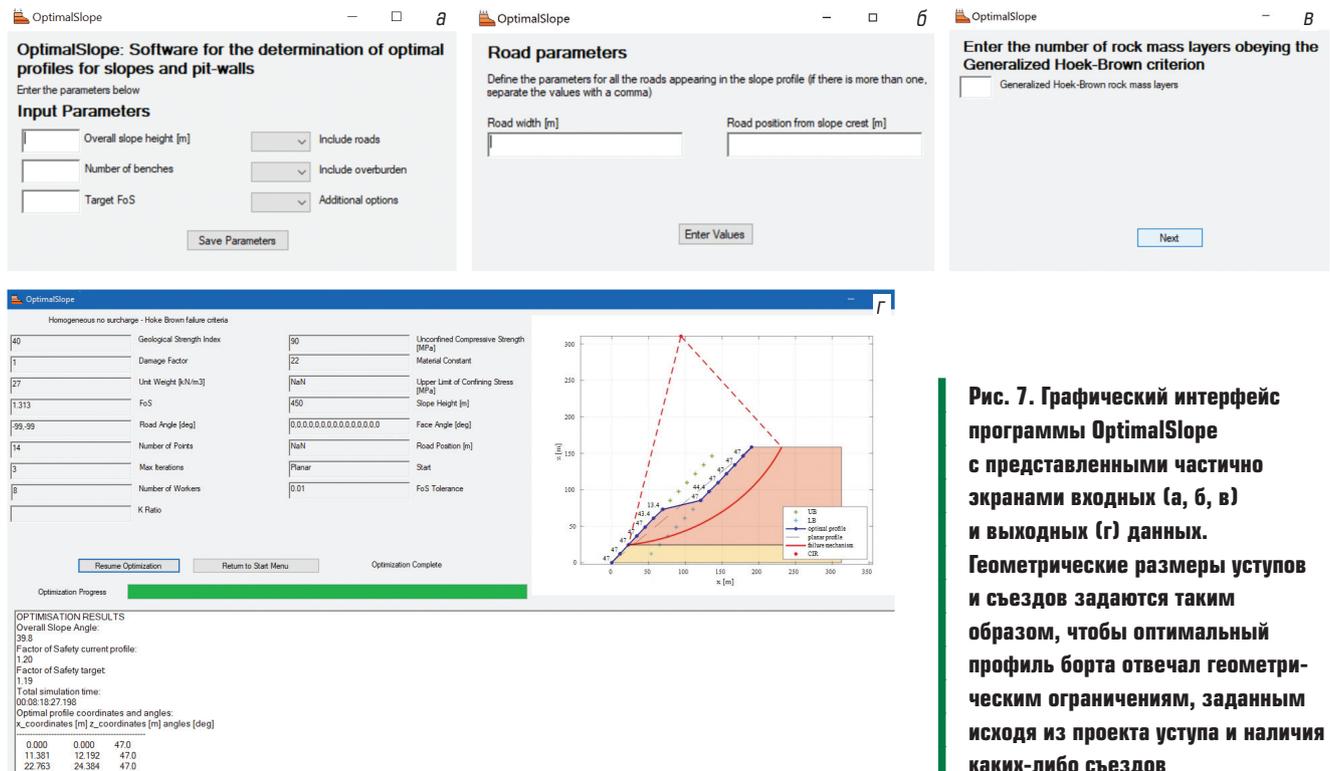


**Рис. 6. Схема взаимодействия программ OptimalSlope [21], Geovia, Datamine, Maptek и Hexagon Mining при проектировании карьеров:** сверху вниз: 1) в OptimalSlope осуществляется расчет оптимального профиля откоса в границах предельного контура карьера для каждого сектора; 2) задание профилей по каждому сектору блочной модели карьера стандартным образом путем указания угла уклона  $\alpha$ , по ряду (рядом) блоков в каждом сегменте профиля постоянного уклона (следует помнить, что задание углов откосов возможно несколькими способами; в нашем случае задан дополнительный атрибут блочной модели и блоки сгруппированы по зонам, так как для всех блоков с одинаковым углом откоса, т. е. принадлежащих одной зоне, задание угла возможно только одним методом); 3) обычная работа оптимизатора при определении предельного контура карьера и минимального, экономически эффективного размера добычных блоков. В красной рамке оптимизатора PIT OPTIMIZER приведены названия узлов/задач/панелей, используемых для введения входных данных и прогона оптимизатора

уклонами, сдвиговое разрушение откосов, обрушение вдоль разрывов и других нарушений сплошности и т. д.) происходит в разных частях карьера, и такие механизмы разрушения необходимо исследовать. При проектировании бортов карьеров авторы статьи придерживались стандартной процедуры, начиная от расчета уступов и переходя к расчету предельных профилей бортов [36, 37].

Для определения максимального уклона уступных забоев выполнен анализ Моргенштерна–Прайса методом предельного равновесия в программе Rocscience Slide 2 [28] с учетом

заданного коэффициента устойчивости ( $KU = 1,1$ , табл. 4). В основном количество законтурных повреждений при контурном взрывании, а также эффективный угол уступного забоя регулируются фактором наличия трещин и разрывных нарушений, секущих каждый уступ. В данном случае трещины не рассматривали просто в силу отсутствия соответствующих данных по анализируемому карьеру. При наличии данных о блочности массива определение максимального уклона уступных забоев возможно с помощью программных пакетов SWedge [38] или Frac\_Rock [39].



**Рис. 7. Графический интерфейс программы OptimalSlope с представленными частично экранами входных (а, б, в) и выходных (г) данных. Геометрические размеры уступов и съездов задаются таким образом, чтобы оптимальный профиль борта отвечал геометрическим ограничениям, заданным исходя из проекта уступа и наличия каких-либо съездов**

Высоту уступов принимали равной 10 м для всего карьера [22]. В соответствии с набором исходных данных [22], рассчитали минимальную ширину бермы  $b_w$  (м), используя уравнение, предложенное Коллом [40] и известное как модифицированный критерий Ритчи, хорошо зарекомендовавший себя в натуральных исследованиях уступных откосов в карьерах [41]:

$$b_w = 4,5 + 0,2H_{\text{уступ}} \quad (1)$$

Следует отметить другое уравнение:  $b_w = 3,5 + 0,17H_{\text{уступ}}$ , предложенное в [41], однако в силу его неоднозначности [42] было отдано предпочтение уравнению (1).

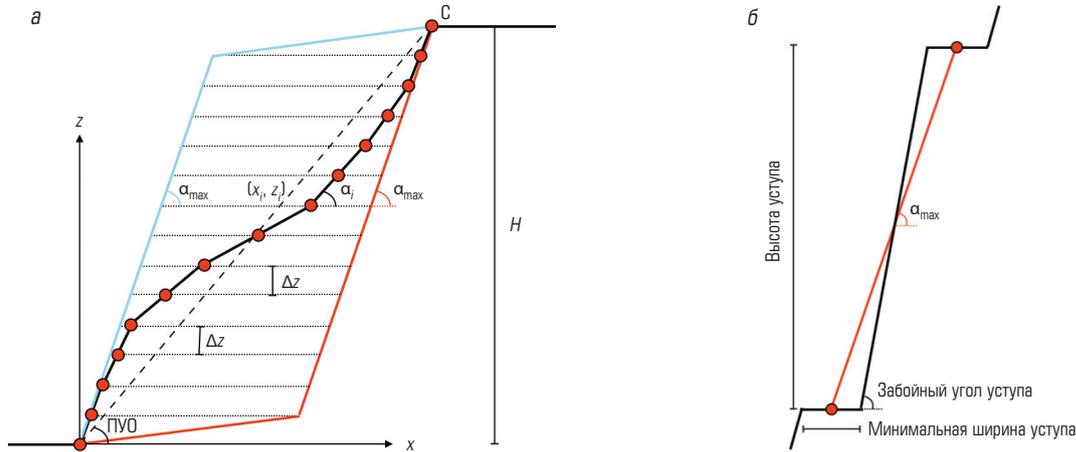
При установлении ширины бермы следует иметь в виду, что бермы должны удовлетворять нескольким техническим требованиям, в том числе ключевым, таким как удержание обвалов и перехват породных обломков, возможных при отработке уступа, работа выбранного парка экскаваторов. Бермы не проектируются с целью удержания 100 % объема обвала пород, потому что в этом случае придется задавать чрезмерную ширину. Из уравнения (1) получают ширину бермы, способную удержать 70–85 % объема обвала [18], что не может быть удовлетворительным. Поэтому в течение последних двух десятилетий были проведены исследования обрушений горных пород с применением численного моделирования потенциальных траекторий при проектировании откосов с использованием 2D-моделей сосредоточенной массы (2DLM) как, например, Rocscience RocFall [43] и/или 3D-моделей твердого тела (3DRB) как, например, Трајес3D [44]. В этих моделях используются коэффициенты упругого восстановления для описания количества потерь энергии при упругом деформировании, вызванном соударением кусков породы, отскакивающих от бермы или уступа. С другой стороны, входные параметры моделей 2DLM и 3DRB

весьма разнятся. Кроме того, их редко калибруют на основе данных анализа обрушений на какой-то конкретной площадке или данных натуральных испытаний при выполнении технико-экономического обоснования проекта открытой добычи. Более того, они могут оставаться некалиброванными в течение всего срока отработки карьера [45]. В заключение при наличии имеющейся информации, полученной в ходе выполнения ТЭО проекта, считаем уравнение (1) достаточно компетентным для определения ширины бермы, особенно в условиях принятой (низкой) высоты берм в данном случае [45]. Наконец, как отмечено в [18, раздел 10.2.1.2] уравнение (1) широко применяется на практике как в Северной, так и в Южной Америке. Еще одно технологическое условие, которому должна удовлетворять берма выбранной ширины, это перехват обломков породы вследствие наличия призм обрушения на поверхности уступного забоя. Пригодность выбранной ширины бермы подтверждается либо компьютерным моделированием [39], либо численным анализом [46]. Современный обширный обзор методологий проектирования берм, использующихся в настоящее время в практике открытых горных работ, представлен в [47].

После расчета геометрических размеров берм проведено определение геотехнически оптимальных профилей откосов в сечениях двух выделенных секторов в карьере (см. рис. 4) с помощью

**Таблица 4. Критерии приемлемости коэффициентов устойчивости**

$K_{w, \text{мин.уступ}}$	1,1
$K_{w, \text{мин.предел.контур}}$	1,3

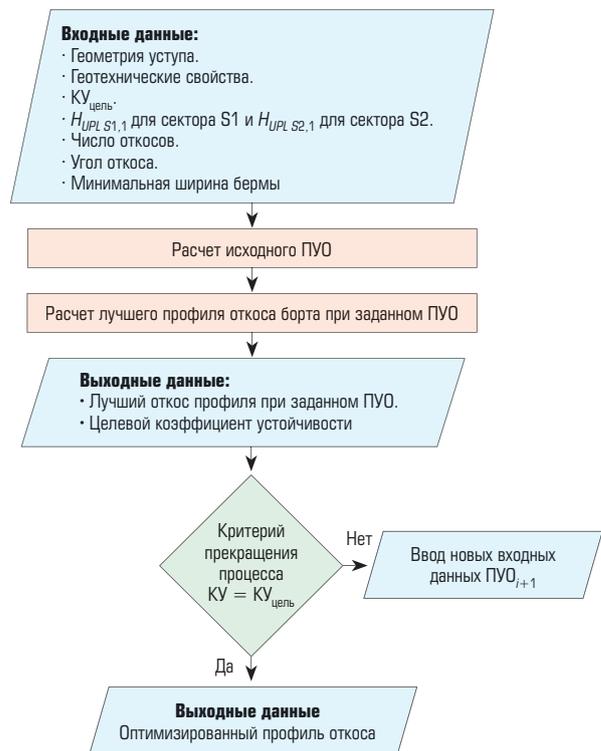


**Рис. 8.** Возможный базовый профиль откоса (а) и определение  $\alpha_{i\max}$  на основе геометрических параметров уступа (входные данные программы OptimalSlope) (б).

Пятка профиля находится в точке начала координат  $(x_0, y_0)$ , точка  $C$  – гребень профиля; по направлению  $z$  принимается однородная дискретизация; линиями красного и голубого цвета обозначены области поиска оптимального профиля; интервал дискретизации профиля  $n \Delta z$ , т. е.  $n - 1$  неизвестных подлежат определению:  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ ; для карьерных условий удобно принять, что  $\Delta z$  равен высоте уступа

оригинальной программы OptimalSlope [21]. Исходные данные для работы программы, а именно: высота уступа, уклон уступного забоя, минимальная ширина бермы и ширина транспортного пути (рис. 7), используются как ограничения при поиске оптимального профиля. Профиль борта конструируется в OptimalSlope набором дискретных точек в вертикальной плоскости: координаты  $(x_i, z_i)$  на рис. 8, где  $z_i$  содержит значения, определяемые высотой уступа ( $\Delta z =$  высоте уступа) и вводимые пользователем, в то время как  $x_i$  представляет неизвестные переменные, подлежащие определению. Поиск оптимальных профилей сводится к определению вероятных профилей (в пределах областей, ограниченных красными и голубыми контурами на рис. 8). Профиль считается вероятным и подходящим, если  $(z_i - z_{i-1}) / (x_i - x_{i-1}) \leq \tan \alpha_{i\max}$  для любого  $i$ , т. е. величина уклона любого сегмента профиля ограничена сверху значением  $\alpha_{i\max}$ . Оценка  $\alpha_{i\max}$  выполняется в программе до активации алгоритма оптимизации на основе исходных данных о высоте уступа, уклоне уступного забоя и минимальной ширины бермы, которые вводятся пользователем (см. рис. 8, б). Если необходимо учесть наличие транспортного уклона в профиле борта, на участке профиля, соответствующего вертикально позиции транспортного уклона, задается меньшее значение  $\alpha_{i\max}$ .

Оптимальным профилем борта считается профиль максимальной крутизны при сохранении безопасности, т. е.  $\text{ПУО} = \text{ПУО}_{\max}$ , где ПУО – угол наклона линии, соединяющей подошву и гребень борта относительно горизонтали (см. рис. 8).  $\text{ПУО}_{\max}$  определяется в программе OptimalSlope путем итераций (рис. 9). С помощью главного алгоритма находят оптимальную форму профиля при заданном ПУО и геометрических ограничениях (значения  $\alpha_{i\max}$ ). Сначала ПУО определяют при заданных значениях высоты борта, инженерно-геологических свойств всех породных слоев и коэффициента устойчивости на основе данных диаграмм устойчивости [48], построенных в программе OptimalSlope. Если прочность пород описывается с помощью критерия ОХБ, параметры, входящие в этот



**Рис. 9.** Итерационная процедура оптимизации профиля борта карьера в программе OptimalSlope

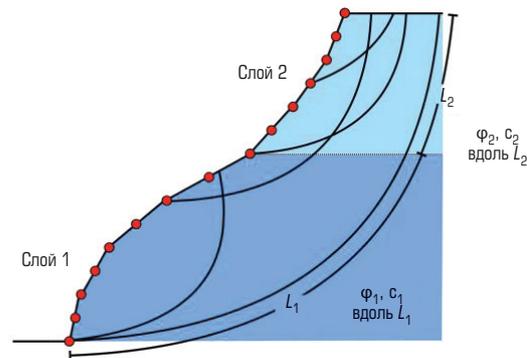
критерий, конвертируются в критерий КМ с помощью уравнения (14) в работе [20]. Несколько известных уравнений для перевода параметров критерия ОХБ в критерий КМ для проведения анализа устойчивости откосов предложены также в [49, 50]. Все эти соотношения зависят от горного давления, которое испытывает откос. Таким образом, получается, что основной проблемой нахождения

эквивалентных критериев разрушения является выбор диапазона значений горного давления. Однако в противоречие вышеуказанным соотношениям, согласно [20], эффективный диапазон значений горного давления нечувствителен к прочности пород и, наоборот, определяется конфигурацией откоса, и только уравнения, предложенные в [20], отражают эту зависимость. Значение коэффициента устойчивости  $KU_i$ , связанное с оптимальным профилем, полученным на шаге итерации  $i$ , сравнивают с целевым значением  $KU_{цель}$ : если он выше, на следующем шаге итерации задается более высокое значение предельного угла откоса, и наоборот. Критерием прекращения процесса итерации является процентная разница между  $KU_{цель}$  и  $KU_i$ . В нашем случае понадобились 4 итерации для получения разницы между  $KU_{цель}$  и  $KU_i$  менее 1 %.

В случае однородного уступа, т. е. состоящего из одного однородного слоя породы/грунта, оптимальный профиль борта находят с помощью главного алгоритма для заданного исходного ПУО как профиль, соответствующий максимальному коэффициенту устойчивости, определяемому с использованием критерия КМ или ОХБ. Известный скалярный параметр, введенный Тэйлором [51, 52] при создании безразмерных диаграмм устойчивости, является адекватной мерой сравнения способности разных профилей выдерживать нагрузку [21]. В случае слоистого (неоднородного) уступа оптимальный профиль определяют в OptimalSlope как профиль, соответствующий максимальному значению эквивалентного, вычисляемого как физическое средневзвешенное параметров  $\gamma$ ,  $H$ ,  $c$  или всех слоев откоса. Следует отметить, что в слоистом откосе процесс разрушения может охватывать несколько слоев весьма различной прочности, и длина поверхности разрушения (двухмерный график) в каждом слое может оказывать существенное негативное влияние на общую сопротивляемость откоса разрушению (т. е. количество рассеянной энергии в уравнении энергетического баланса анализа предельных состояний). По этой причине в программе OptimalSlope определяют количество рассеянной энергии вдоль поверхности разрушения для каждого механизма разрушения, исходя из реальной длины кривой прочности для каждого слоя при условии, что рассчитанная для каждого механизма разрушения величина отражает истинный коэффициент устойчивости (рис. 10). Крайне важно определить коэффициент устойчивости каждого потенциального профиля при всех возможных механизмах разрушения в среде OptimalSlope, включая все поверхности разрушения, выходящие на земную поверхность уступа (см. рис. 10).

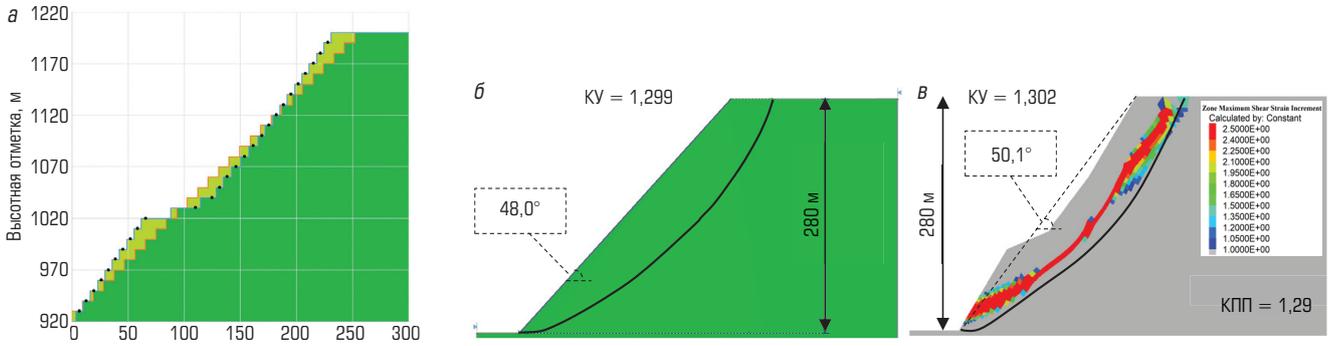
### 3.2. Оптимизация контуров карьеров

С целью введения форм профилей борта в оптимизатор контуров карьеров Geovia Whittle блочную модель разделили на «зоны» (согласно терминологии Whittle) с помощью Geovia Surpac. В каждой зоне задали уклон откоса. Число зон зависит от формы профиля борта (см. рис. 6). Для расчета предельного контура карьера и минимального, экономически эффективного размера выемочного блока использовали программу Whittle с целью получения кривой наилучшего дисконтированного сценария на календарном графике добычи (рис. 15, раздел 4.4). Затем с помощью так называемого алгоритма Milawa NPV получили кривую сценария нормативного случая для исходного набора минимальных, экономически



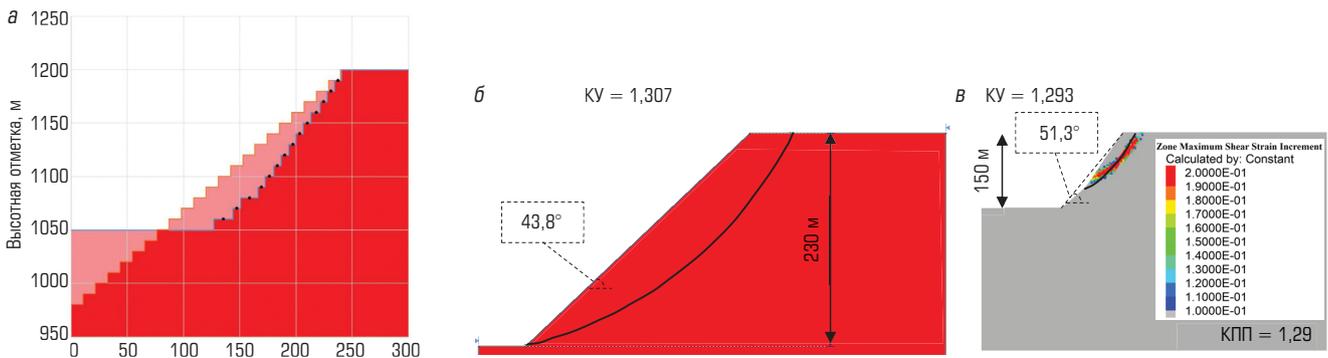
**Рис. 10. Механизмы разрушения, рассмотренные в OptimalSlope для возможного базового профиля слоистого откоса, сложенного породами различной прочности**

эффективных выемочных блоков в соответствии с пиками кривой наилучшего сценария. После этого кривую нормативного сценария несколько раз пересчитывают с целью изучения возможных выемочных блоков вблизи изначально выбранных, чтобы максимально приблизить кривую нормативного случая к кривой наилучшего сценария. Получив комбинацию выемочных блоков, позволяющих достичь максимального значения NPV в предельном контуре карьера, построили график ежегодной добычи (рис. 16, раздел 4.4). При необходимости варьировали набор выемочных блоков с целью обеспечения постоянного максимального ежегодного объема добычи для питания обоганительной фабрики на весь срок эксплуатации карьера. Наконец, выбрали ПКК в соответствии с наивысшим плато кривой нормативного сценария (см. рис. 15). На практике наборы возможных выемочных блоков могут незначительно изменяться: например, можно выбрать выемочные блоки, слегка отличные от пиков кривой нормативного сценария, в качестве ПКК в силу различных соображений (чтобы максимизировать объем добычи руды или количество запасов, или по эксплуатационным причинам), или, возможно, по причине нежелания выполнять необходимую процедуру итерации для выбора минимальных эффективных размеров блоков и ПКК. Кроме того, методики проектирования могут различаться в зависимости от задач горнодобывающего предприятия, а также опыта разработчиков. Тем не менее ключевой задачей процедуры проектирования, описанной выше, является проведение последовательного и значимого сравнения традиционного подхода, основанного на использовании плоских бортов, и оптимизационного метода, предложенного в данной работе, с целью приблизительной количественной оценки финансовых и экономических выгод в случае принятия геотехнически оптимизированных профилей бортов карьеров. В связи с этим было бы логично использовать предложенные методы выбора ПКК и экономически эффективных минимальных размеров выемочных блоков независимо от форм откосов бортов. Авторы также убеждены, что даже при условии постановки иных задач проектирования (например, достижения компромисса между необходимым значением NPV и максимально экономным использованием ресурсов), или при выборе иных методик определения ПКК и экономически эффективных минимальных размеров блоков (например, когда отдается предпочтение периоду



**Рис. 11. Предельный контур борта в секторе S1:**

*a* – сравнение традиционного и оптимизированного расчета (плоский профиль показан оранжевым цветом, оптимальный профиль – голубым цветом, черным цветом представлены координаты  $x_i, z_i$ , рассчитанные в среде OptimalSlope); *б* – механизм разрушения (черная линия) и коэффициенты устойчивости, определенные методом предельного равновесия (2D Slide2) для плоских профилей; *в* – механизм разрушения и коэффициенты устойчивости, определенные методом предельного равновесия (2D Slide2), и сдвиговая деформация, рассчитанная конечно-разностным методом со снижением сдвиговой прочности (FLAC3D) для оптимального профиля; КПП – коэффициент понижения прочности



**Рис. 12. Предельный контур борта в секторе S2:**

*a* – сравнение традиционного и оптимизированного расчета (плоский профиль показан оранжевым цветом, оптимальный – голубым цветом, черным цветом представлены координаты  $x_i, z_i$ , рассчитанные в среде OptimalSlope); *б* – механизм разрушения (черная линия) и коэффициенты устойчивости, определенные методом предельного равновесия (2D Slide2) для плоских профилей; *в* – механизм разрушения, коэффициенты устойчивости, определенные методом предельного равновесия (2D Slide2), и сдвиговая деформация, рассчитанная конечно-разностным методом со снижением сдвиговой прочности (FLAC3D) для оптимального профиля

окупаемости, а не максимизации NPV, использованию дисконтирования уступов и т. д.), принятие оптимальных профилей бортов карьеров всегда позволит получить финансовый и экологический эффект по причине сокращения объемов выемки пустой породы независимо от выбранной методики проектирования или приоритетов конкретной горнодобывающей компании.

#### 4. Результаты

Геометрические характеристики предельных контуров карьеров ( $H_{урЛ}$  и ПУО), полученные в результате каждой итерации процесса проектирования (см. рис. 5, *a*), представлены в **табл. 5**. По традиционной методике с плоскими бортами были выполнены шесть итераций, в то время как при оптимизационном проектировании сходимость была достигнута за две итерации.

Отметим, что для проведения последовательного и объективного сравнения двух проектов был выбран метод последовательных приближений между традиционным и оптимальным профилем бортов по системе Whittle (см. рис. 5). В реальности возможно выполнение меньшего числа итераций или без учета всех необходимых ограничений, с получением в результате не самого оптимального проекта контура карьера. И тем не менее даже без проведения итераций, т. е. видя результаты 1-й итерации в **табл. 5**, можно утверждать, что принятие оптимального контура карьера позволит получить финансовую выгоду.

##### 4. 1. Профили борта карьера

Полученные профили борта карьера для сектора S1 и S2 представлены на **рис. 11, а** и **12, а** соответственно. Коэффициенты

устойчивости профилей подтверждены с использованием метода анализа предельных состояний Моргенштерна–Прайса с применением всех уравнений равновесия ко всем слоям [53] и в среде Slide2 [28] при некруговой поверхности разрушения и иных параметрах по умолчанию. Предварительный анализ показал, что результаты не зависят от числа слоев и границ выделенных областей. Профили борта карьера, полученные в Slide2, показаны на рис. 11, б и 12, б для плоских профилей и оптимальных профилей соответственно, с их коэффициентами устойчивости. Во всех случаях полученные  $KV$  отличаются от целевого значения 1.3 менее чем на 1 % (см. табл. 4). Для оптимальных профилей, с учетом важности независимой проверки их коэффициентов устойчивости, был проведен дополнительный анализ устойчивости методом конечных разностей при снижении сдвиговой прочности (FDMSSR) в среде FLAC3D 7.0с [54] с заданной единичной длиной в направлении от плоскости. В среде FLAC критерий ОХБ применяли в комбинации с «модельным коэффициентом устойчивости» и иными значениями по умолчанию, оказывающими влияние на сходимость (в виде неравновесных узловых сил) и на эффективность определения обрушения откоса. Более подробно алгоритм расчета коэффициента устойчивости описан в руководстве FLAC [54]: в общих словах, за стандартной процедурой, принятой в методе FDMSSR, как в случае геоматериалов, отвечающих критерию КМ [55] следует аппроксимация критерия ОХБ к локальному критерию КМ:  $\tau_{\max} = \tan\Phi_{\text{loc}} + c_{\text{loc}}$ , где локальное сцепление  $c_{\text{loc}}$  и угол сдвиговой прочности  $\tan\Phi_{\text{loc}}$  рассчитывают с помощью локального минимального главного напряжения и параметров, входящих в ОХБ. На каждом шаге анализа FLAC значения  $c_{\text{loc}}$  и  $\tan\Phi_{\text{loc}}$  снижают путем деления на повышающийся коэффициент ослабления до обрушения откоса. Коэффициент устойчивости определяют как фактор ослабления на грани обрушения откоса. При анализе с нулевой и ненулевой дилатансией были получены практически одинаковые коэффициенты устойчивости. Важно, что дилатансия имеет пренебрежимо малое влияние на устойчивость откоса, так как ее значение неизвестно для пород, слагающих массив исследуемого карьера. Критические механизмы разрушения, определенные с помощью Slide2 и FLAC3D, а также соответствующие  $KV$  представлены на рис. 11, в и 12, в. В обоих выделенных секторах карьера полученные  $KV$  отличаются от целевого значения, равного 1.3, менее чем на 1 %. Следует обратить внимание на то, что FDMSSR принципиально отличается от методов анализа предельного равновесия и предельных расстояний (которые используются в OptimalSlope). Поэтому факт получения подобных коэффициентов устойчивости в средах Slide2 и FLAC3D подтверждает достоверность  $KV$  профилей борта карьера, определенных в программе OptimalSlope. Проверка значений коэффициентов устойчивости профилей бортов, полученных в среде OptimalSlope с использованием самых распространенных в геотехнике программ Slide2 и FLAC, подтвердила их надежность.

На рис. 11, а и 12, а показано визуальное сравнение плоского профиля борта карьера, полученного традиционным расчетом. Относительно сектора S1: общая высота профилей бортов одинакова. Очевидно, кривизна оптимизированного профиля выше, чем у плоского. Площадь, закрашенная светло-зеленым цветом

**Таблица 5. Определение оптимального предельного контура карьера**

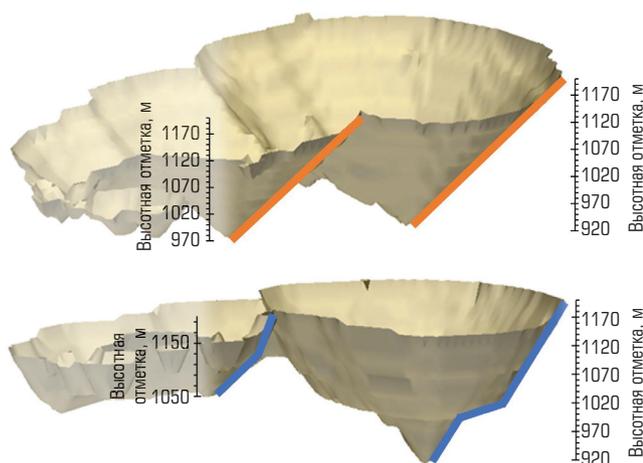
Итерация	$H_{\text{урл}}, i-1, \text{ м}$		ПУО, градус		$H_{\text{урл}}, i, \text{ м}$	
	S1	S2	S1	S2	S1	S2
<i>Плоские борта</i>						
1	370	360	44,1	37,1	260	140
2	260	140	49,5	51,7	280	260
3	280	260	48	42,1	280	230
6	280	230	48	43,8	280–270	230
<i>Оптимальные профили борта</i>						
1	270	220	50,5	47,4	280	250
2	280	250	50,1	51,3	280	150

(см. рис. 11, а) обозначает разницу между двумя профилями: за исключением небольшого различия в центральной зоне, при оптимальном профиле объем вскрышных работ значительно ниже. Касательно сектора S2: профили существенно различаются по высоте: длина оптимального профиля на 70 м меньше, чем плоского (см. рис. 12, а). Кроме того, крутизна откоса оптимального профиля больше. В дополнение: объемы вскрышных работ выглядят одинаковыми, но по-разному распределены в пространстве. В верхней половине борта при оптимальном профиле объем работ выше, в основном по руде, тогда как при плоском профиле для экскавации руды требуется достичь большей глубины.

#### 4. 2. Трехмерный анализ устойчивости откоса борта карьера

Предельные контуры борта карьера, полученные в результате традиционного (плоский борт) и оптимизированного расчета представлены в трехмерном виде на рис. 13, а и 13, б соответственно. В обоих случаях видно, что карьер имеет несколько выемок усредненно-конической формы, причем глубина карьера в одном случае отчетливо ниже. Это объясняется разными свойствами пород вмещающего массива и разным распределением полезного ископаемого в границах S1 и S2.

Коэффициенты устойчивости борта в границах предельного контура проверяли путем анализа с использованием метода конечных разностей в трехмерном виде с помощью FLAC3D 7.0 [44]. С целью сохранения совместимости результатов входные данные для анализа устойчивости в трехмерном виде использовали те же, что и при двухмерном анализе (см. раздел 4.1). Критические механизмы разрушения, определенные моделированием и установленные с помощью карты изолиний коэффициентов устойчивости, показаны на рис. 14. Для проверки зависимости от вида сетки проведены два вида расчета с ячейками более крупного и более мелкого (вдвое меньше, чем в первом случае) размеров. Полученный общекарьерный минимальный  $KV$  равен 1,70 в первом случае и 1,67 – во втором. Такое небольшое различие результатов означает, что принятый размер ячеек сетки весьма мал для обеспечения отсутствия влияния шага сетки на результаты расчета коэффициента устойчивости в практических целях. Авторами было принято значение коэффициента



**Рис. 13. Предельный контур карьера:**

а — традиционный расчет; б — оптимизированный расчет; в границах ПКК карьер представлен несколькими выемками с границей между конусами, усредненно-проходящей между секторами S1 и S2

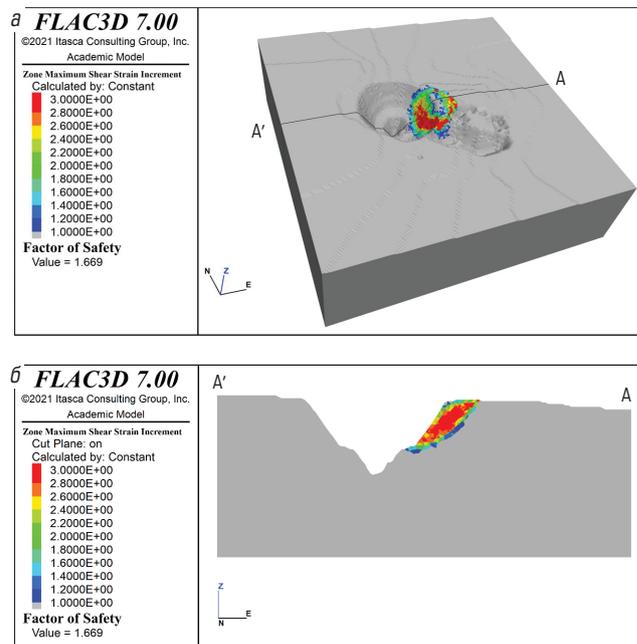
устойчивости 1,67 из расчета по FLAC3D, которое значительно выше результатов расчетов двумя способами по 2D FLAC, ~1,30 и ~1,31 (см. раздел 4.1). Такое решение базируется на эффекте образования вогнутой линии, что в случае вогнутых в плане откосов ведет к увеличению их устойчивости [6, 56]. Выраженная вогнутость откосов в границах предельного контура борта работает как ограничивающий фактор сдвижения. Это факт не учитывается в двумерных расчетах вследствие их консервативности.

### 4.3. Ключевые финансовые показатели

Ключевые выходные данные двух видов расчета приведены в **табл. 6**. Чистая приведенная стоимость (ЧПС) оптимизированного борта превышает NPV традиционного плоского борта приблизительно на 12 млн долл. США. Таким образом, при выемке с оптимальным профилем борта повышение NPV составляет 34 %. Такое повышение эффективности работ объясняется сокращением объема вскрышных работ на 15 % с 23,7 до 20,7 млн т при том же объеме производительности по руде. При этом снижение коэффициента вскрыши составляет от 0,40 до 0,35. Еще одной мерой доходности производства является внутренняя норма прибыли (ВНП). При работе борта оптимизированного профиля достигается рост ВНП на 15,8 % по сравнению с 13,9 % в проекте с плоским бортом. ВНП 15 % считается некоторыми компаниями порогом жизнестойкости горного предприятия, поэтому для исследуемого здесь карьера оптимизация профиля борта предложенным способом способствует повышению экономической жизнестойкости данной компании.

### 4.4. График производства

На **рис. 15** представлен график добычи проектного карьера с традиционным плоским и оптимизированным бортом. Вертикальными линиями черного цвета обозначены конфигурации карьера (фазы работ), выбранные в качестве минимального

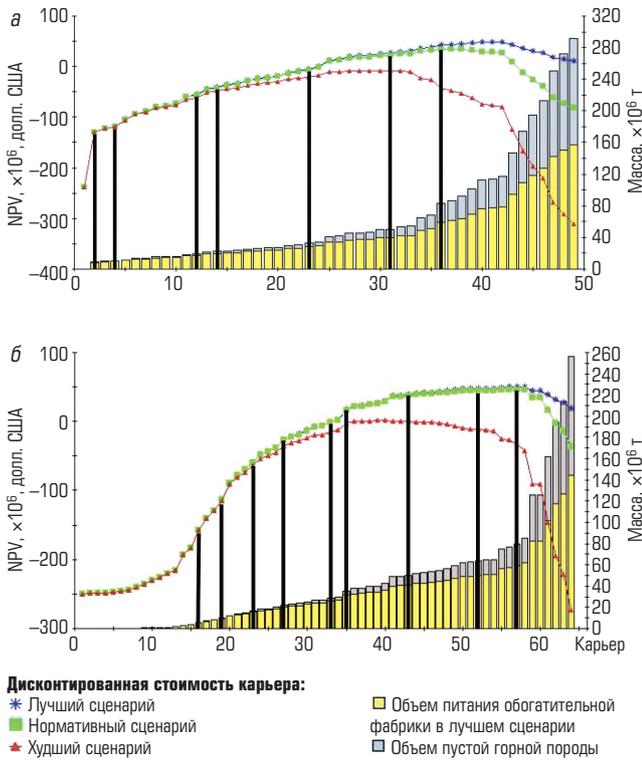


**Рис. 14. Карта приращений сдвиговой прочности в среде FLAC3D для предельных контуров бортов оптимального профиля (а) и приращения сдвиговой прочности в вертикальном сечении А–А' (б)**

**Таблица 6. Экономические и технологические результаты оптимизации карьера**

Выходные данные в границах предельного контура борта карьера	Плоский борт		Оптимизированный борт	
	S1	S2	S1	S2
Предельный угол откоса, градус	48	43,8	50,1	51,3
$H_{урл}$ , м	270	220	280	150
Пустая порода, т	23707500		20651462	
Руда, т	59314446		59232285	
Коэффициент вскрыши	0,4		0,35	
NPV, долл. США	34561747		46231284	
ВНП, %	13,9		15,8	
Срок службы, лет	12,22		12,12	
Период окупаемости, лет	3,89		3,57	
Приращение NPV, %			33,8	

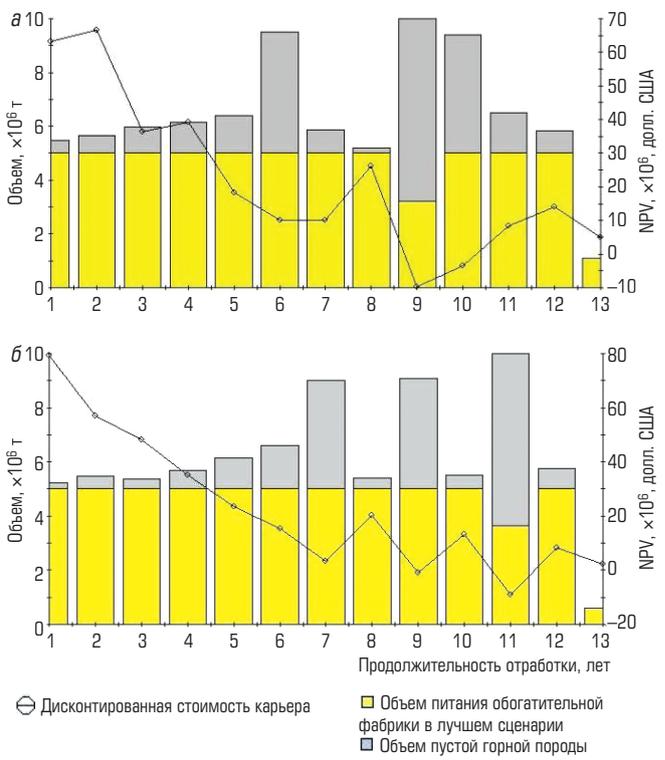
экономически эффективного размера выемочных блоков, а также предельный контур борта карьера (крайняя правая линия). В обоих случаях ПКК выбран в соответствии с выемочными блоками, отвечающими пику кривой дисконтированного нормативного сценария (зеленый цвет). Факт наличия плато на кривой нормативного сценария означает, что данный выбор обеспечивает устойчивый оптимум NPV. На **рис. 16** показан объем производства в зависимости от срока эксплуатации карьера. Из рисунка видно, что в обоих вариантах расчета объем добычи руды достаточно единообразный год от года. Постоянная производительность — положительный фактор в плане логистики.



**Рис. 15. График карьерных работ с указанием NPV и объема выемки руды и пустой породы в зависимости от числа вложенных заходок. Каждая конфигурация карьера (фаза работ) соответствует определенному значению валового дохода (фиксированные диапазоны):**  
 а – традиционный расчет; б – оптимизированный расчет

#### 4.5. Экологические показатели

В современной литературе предложены несколько методов оценки сроков эксплуатации карьеров. Авторами рассчитано значение необходимой энергии экскавации руд и пустых пород с соответствующим углеродным следом в двух вариантах проекта (плоского борта и оптимизированного борта) на основе [57]. Все уравнения, используемые в расчетах, приведены в Приложении к статье. Потребление энергии и углеродный след рассчитаны по каждому выемочному блоку в границах предельного контура борта карьера с учетом таких параметров, как сорт, масса и расстояние до контрольной точки земной поверхности на 1 т добытой руды. Затем потребленную энергию на добычу 1 т руды переводили в величину углеродного следа с помощью характеристических факторов, включая объемы выбросов 1, 2 и 3 в результате буровых, взрывных, выемочных и откаточных работ [58]. Этот подход применяли в [59] с целью включения параметров жизнеспособности горного предприятия напрямую в блочную модель рудного тела для стратегической оптимизации работы горнодобывающего предприятия. Характеристические факторы брали из [60] с учетом комбинированного способа выработки электроэнергии для территории расположения исследуемого карьера в Чили. Результаты расчетов приводятся в **табл. 7**.



**Рис. 16. Объемы выемки руды и пустой породы, а также денежных потоков в зависимости от года отработки:**  
 а – традиционный расчет; б – оптимизированный расчет

В результате оптимизации борта карьера достигается сокращение углеродного следа и потребленной энергии на 0,17 млн т CO<sub>2</sub> экв и на 82,5 млн Дж соответственно, в течение всего срока эксплуатации карьера. Величина 0,17 млн т CO<sub>2</sub> экв эквивалентна объему углерода, потребленного 2,8 млн деревьев в течение 10 лет или снижению объема выделения парниковых газов в результате работы 35 ветряных турбин, производящих электроэнергию на протяжении года [61]. И сокращение углеродного следа, и экономия энергии достигаются в результате значительного сокращения объема выемки пустых пород на 15 % при практически одном и том же объеме произведенной руды (см. **табл. 6**).

#### 5. Выводы

Известно, что крутизна откосов бортов карьеров имеет огромное влияние на объемы вскрышных работ, поэтому ее увеличение позволяет повысить коэффициент вскрыши и общую производительность предприятия и при этом сократить потребление энергии и углеродный след. В настоящее время практика проектирования карьеров основана на использовании плоских бортов, т. е. с постоянным углом откоса или со сглаженным предельным углом откоса на каждом участке карьера. Однако исходя из конечной геометрии любого поперечного сечения карьера профиль борта далек от плоского в связи с необходимостью обустройства уступов, ниш и разрезных траншей, поэтому допущение постоянного

и/или предельного угла откоса является упрощением, которое следует и нужно устранять с целью повышения качества расчета. Естественно, возникает вопрос о применимости бортов нелинейной формы вместо плоских. В технической литературе уже доказана в некоторых случаях более высокая устойчивость бортов карьеров нелинейного профиля по сравнению с плоским профилем борта для откосов с однородными характеристиками  $c-\phi$  [8–11]. В программе OptimalSlope [12] возможна оптимизация конфигурации как однородных, так и неоднородных откосов, сложенных любым количеством слоев пород, и для геоматериалов, прочность которых описывается либо критерием Кулона–Мора, либо обобщенным критерием Хоека–Брауна. В данной работе с целью максимизации предельного угла откоса применяли оптимизацию профилей борта в программе OptimalSlope на примере открытого рудника по добыче медной руды. Долгосрочное планирование добычи осуществляли в среде Geovia Whittle сначала с плоскими бортами, а затем с профилями борта, оптимизированными в программе OptimalSlope.

В результате геотехнической оптимизации профиля борта получено повышение чистой приведенной стоимости до 34 % и значительное сокращение углеродного следа и потребления энергии на 0,17 млн т CO<sub>2</sub> экв и 82,5 млн МДж соответственно, вследствие снижения объема выемки вскрышных пород на 15 % по сравнению с традиционным расчетом на основе плоских профилей борта. Устойчивость всех поперечных сечений борта, оптимизированного в среде OptimalSlope, проверяли независимым расчетом с помощью двух широко распространенных в геотехнологии пакетов программ, а именно Rocscience Slide2, при проведении анализа методом предельного равновесия в комбинации с методом Morgenштерна–Прайса и FLAC3D при моделировании методом конечных разностей со снижением сдвиговой прочности. Значения коэффициента устойчивости, полученные с помощью Slide2 и FLAC, хорошо согласуются с результатами OptimalSlope (разница менее 1 %). Кроме того, трехмерный анализ устойчивости конечного борта карьера, выполненный в среде FLAC3D, показал, что результирующий коэффициент устойчивости превышает нормативное значение ( $KU = 1,3$  в данном случае). Дополнительно с помощью программы OptimalSlope было осуществлено проектирование двух сценариев открытой отработки золотоносной руды на примере действующего рудника «Кинросс» [64] и хорошо известного рудника «МакЛафлин», блочная модель которого имеется в открытом доступе [65]. В работе [64] в программе OptimalSlope исследовали геологически более сложный случай залегания нескольких слоев пород с разными критериями разрушения Кулона–Мора. Было выполнено моделирование пяти различных секторов карьера при наличии существенного пласта вскрышных пород, оказывающего дополнительную нагрузку на рельеф карьера в верхней части борта, требующую учета в модели. В обоих случаях оптимизация профилей откоса бортов карьеров ведет к значительному, до 52,7 %, повышению NPV и к существенному сокращению потребления энергии и углеродного следа в результате уменьшения

коэффициента вскрыши благодаря геотехнической оптимизации профиля борта.

В данной работе проведено исследование конкретного небольшого рудника по открытой добыче медной руды, залегающей в среднепрочном вмещающем массиве. Предполагается, что в данном случае возможно большее увеличение угла откоса борта карьера, чем в слабых породах. Кроме того, известно, что чем глубже карьер, тем большее влияние оказывает крутизна борта на экономические показатели работы предприятия. Поэтому авторы статьи считают, что в случае карьера увеличенного размера и глубины достигаются повышенные финансовые и экологические показатели. И наконец, независимо от размера открытого рудника, плоский откос является частным случаем криволинейного откоса, получаемым заданием бесконечного радиуса кривизны вдоль всего откоса, поэтому теоретически можно предположить, что плоский профиль борта является квазиоптимальной опцией для многих видов породных и грунтовых массивов, за исключением несвязных грунтов.

**Финансирование.** Докторская диссертация второго автора статьи финансируется Исследовательским советом по техническим и физическим наукам Великобритании (EPSRC, Счет для финансирования подготовки докторов наук). Пребывание за рубежом первого и второго авторов с целью выполнения исследований финансировалось за счет гранта EU H2020 RISE Hercules (778360). Нельсон Моралес выражает благодарность Центру передовых технологий Чилийского университета за финансовую поддержку в рамках проекта ANID/PIA Basal Project AFB180004.

**Конфликт интересов** отсутствует.

**Доступность данных и материалов.** Блочная модель представлена горнодобывающей компанией. Все обращения по поводу модели будут перенаправлены данной компании.

**Доступность программного обеспечения.** Все входные и выходные данные и файлы программ OptimalSlope, Whittle и Slide2 доступны при обращении к контактному лицу в рамках данной статьи.

**Научный вклад авторов.** С. Утили – идея и концепция работы, методология, анализ результатов, подготовка, рецензирование и редактирование статьи. А. Агости – получение результатов в среде OptimalSlope и программах-оптимизаторах, методология, анализ результатов, составление графиков и таблиц, рецензирование и редактирование статьи. Н. Моралес – анализ результатов, рецензирование и редактирование статьи.

**Таблица 7. Потребление энергии и углеродный след для двух вариантов расчета**

	Плоский борт	Оптимизированный борт	Разница между оптимальным и плоским вариантами	Разница между оптимальным и плоскими вариантами, %
Энергия, млн Дж	2,134·10 <sup>9</sup>	2,052·10 <sup>9</sup>	-8,25·10 <sup>7</sup>	-3,90
Углеродный след, CO <sub>2</sub> экв, млн т	4,46	4,29	-0,17	-3,80

К. Вальдеррама – выполнение аналитических исследований в среде FLAC. Р. Пелл – анализ результатов раздела 4.4. Г. Альборноз – рецензирование и редактирование статьи.

**Благодарность.** Авторы выражают признательность г-ну А. Руссо (SRK Consulting) за рецензирование раздела 3.1 данной статьи и г-ну С. Чжану за выполнение расчетов экологических показателей (раздел 4.5).

### Приложение

В Приложении представлены формулы и уравнения расчета потребления энергии и углеродного следа в периоды ведения буровых, взрывных, погрузочных и откаточных работ в выемочных блоках в границах предельного контура борта карьера.

Расчеты основаны на формулах компании, которая первая предоставила комплексную систему уравнений для расчета энергопотребления и потенциала глобального потепления для компонентов блочной модели. Впервые энергопотребление каждого блока было оценено с учетом оказывающих на него влияние процессов, и затем эти данные были использованы для расчета потенциала глобального потепления. В работе [57] определены три основные стадии потребления энергии, включая процессы добычи полезного ископаемого, обогащения и металлургического передела. В данной статье две последние стадии не рассматривались, так как материал питания обогатительной фабрики и продукт дробления не известны. Кроме того, нет информации о применяемом методе обогащения. Однако исходя из одинакового объема извлекаемой руды как при традиционном, так и при оптимизационном расчете борта карьера (см. табл. 6), нет оснований полагать наличие какой-либо разницы в размерах углеродного следа и энергопотребления между результатами расчетов. Энергопотребление добычных работ  $E_D$  представляется суммой четырех параметров [57]:

$$E_D = E_{\text{бур}} + E_{\text{взрыв}} + E_{\text{погруз}} + E_{\text{откат}}$$

где  $E_{\text{бур}}$ ,  $E_{\text{взрыв}}$ ,  $E_{\text{погруз}}$ ,  $E_{\text{откат}}$  – количество энергопотребления на буровых, взрывных, погрузочных и откаточных работах (на обогатительную фабрику или в отвал) соответственно.

Энергопотребление бурения рассчитывается согласно [57]

$$E_{\text{бур}} = AE_vLN/(\eta_{\text{бур}}m_6), \text{ МДж/т,}$$

где  $A = 116,9 \text{ см}^2$  – площадь буровой скважины;  $L = 35 \text{ см}$  – длина заряженной части скважины;  $E_v$  – удельная энергия бурения,

которая зависит от типа пород и оценивается на основе единой классификации пород по критерию буримости [62];  $N = 10$  – число буровых свайн в каждом выемочном блоке;  $\eta_{\text{бур}}$  – КПД бурового инструмента;  $m_6$  – масса блока, т.

Удельную энергию ВВ при детонации вычисляют по формуле [57]

$$E_{\text{взрыв}} = LFE_{\text{уд.з}} \text{ МДж/т,}$$

где  $LF = 6 \text{ кг/т}$  – коэффициент нагрузки, выраженный через количество ВВ на 1 т взрывающей породы;  $E_{\text{уд.з}} = 3,81581 \text{ МДж/т}$  – удельная энергия взрыва [57] взрывного вещества ANFO, применяемого в данном исследовании.

Удельная энергия фронтального погрузчика при погрузке раздробленного материала в самосвал представлена в виде

$$E_{\text{погруз}} = P_L T / (\eta_{\text{погруз}} m_{\text{гн}}) \text{ МДж/т,}$$

где  $P_L = 0,18 \text{ МВт}$  – мощность фронтального погрузчика CAT 950 GC;  $T = 45 \text{ с}$  – среднее время загрузки самосвала фронтальным погрузчиком;  $\eta_{\text{погруз}} = 70 \%$  – КПД фронтального погрузчика;  $m_{\text{гн}} = 92,2 \text{ т}$  – грузоподъемность самосвала Komatsu HD 785-8 при условии полной загрузки самосвала в каждом рейсе.

Удельная энергия транспортирования 1 т груза от карьера до обогатительной фабрики или отвала рассчитана по формуле [57]

$$E_{\text{откат}} = 9,81S[m_{\text{гн}}i + (R_s + R_i)(2M_{\text{гн}} - m_{\text{гн}})]/m_{\text{гн}} \text{ МДж/т,}$$

где  $S$  – расстояние от блока  $i$  до обогатительной фабрики или отвала, рассчитанное для каждого блока, км;  $i = 10 \%$  – уклон откаточного пути;  $R_s = 2 \%$  – сопротивление качению поверхности откаточного пути, принятого согласно [63];  $R_i = 1 \%$  – расчетное внутреннее сопротивление самосвала;  $M_{\text{гн}} = 166 \text{ т}$  – общая масса самосвала Komatsu HD 785-8 с грузом;

Для расчета углеродного следа удельное энергопотребление переводили в удельный углеродный след с помощью коэффициентов учета объема выбросов 1, 2 и 3, связанными с разработкой полезных ископаемых уравнением [57]:

$$GWP[t_{\text{CO}_2,eq}/t] = \alpha(E_{\text{бур}} + E_{\text{погруз}} + E_{\text{откат}})/1000 + \beta(E_{\text{бур}} + E_{\text{погруз}} + E_{\text{откат}})/1000 + \delta E_{\text{взрыв}}/1000$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  – коэффициенты карбонизации для матрицы дизельного топлива и электроэнергии, а также ВВ, взятые из базы данных Экоинвент [60], МДж:  $\alpha = 0,09159$ ,  $\beta = 0,5200$ ,  $\delta = 2,270$ . И в итоге комплексный выброс углекислого газа вычисляется путем умножения удельного углеродного следа на объем добычи (т), достигнутый в границах предельного контура карьера.

### Библиографический список

1. Randolph M. Current Trends in Mining // SME Mining Engineering Handbook. 3rd ed. – Society for Mining Metallurgy and Exploration, 2011. P. 11–19.
2. Hustrulid W., Kutcha M., Martin R. Open pit mine planning and design. 3rd ed. : in two volumes. – Boca Raton : CRC Press, 2013.
3. Brown E. T. Geomechanics: The critical engineering discipline for mass mining // Proceedings of MassMin 2004. – Santiago : Chilean Engineering Institute, 2004.
4. Martin D., Stacey P. Guidelines for Open Pit Slope Design in Weak Rocks. – Leiden : CRC Press/Balkema, 2018. – 416 p.
5. Newman J. Earthwork Slips and Subsidence Upon Public Works: Their Causes, Prevention, and Reparation. – London : E. & F. N. Spon, 1890. – 234 p.
6. Hoek E., Bray J. Rock Slope Engineering. 2nd revised ed. – London : The Institution of Mining and Metallurgy, 1977. – 402 p.
7. Rana M. H., Bullock W. D. The design of open pit mine slopes // Canadian Mining Journal. 1969. P. 58–66.
8. Utill S., Nova R. On the Optimal Profile of a Slope // Soils and Foundations. 2007. Vol. 47. Iss. 4. P. 717–729.
9. Jeldes I. A., Drumm E. C., Yolder D. C. Design of Stable Concave Slopes for Reduced Sediment Delivery // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2015. Vol. 142. Iss. 2. DOI: 10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001211
10. Vahedifard F., Shahrokhbadi S., Leshchinsky D. Optimal profile for concave slopes under static and seismic conditions // Canadian Geotechnical Journal. 2016. Vol. 53. No. 9. P. 1522–1532.

11. *Vo T., Russell A. R.* Stability charts for curvilinear slopes in unsaturated soils // *Soils and Foundations*. 2017. Vol. 57. Iss. 4. P. 543–556.
12. *Utili S.* OptimalSlope: Software for the determination of optimal profiles for slopes and pitwalls // Registered at the United States Copyright Office, 2016.
13. *Bendsøe M. P., Sigmund O.* Topology Optimisation. Theory, Methods, and Applications. 2nd ed. – Berlin : Springer, 2004. – 339 p.
14. *Fin J., Borges L. A., Fancello E. A.* Structural topology optimization under limit analysis // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2019. Vol. 59. Iss. 4. P. 1355–1370.
15. *Chen W.-F.* Limit Analysis and Soil Plasticity. Series: Developments in Geotechnical Engineering. – Amsterdam : Elsevier, 1975. Vol. 7. – 638 p.
16. *Hoek E.* Strength of Rock and Rock Masses // *ISRM News Journal*. 1994. Vol. 2(2). P. 4–16.
17. *Hoek E., Brown E. T.* Practical estimates of rock mass strength // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 1997. Vol. 34. Iss. 8. P. 1165–1186.
18. *Read J., Stacey P.* Guidelines for Open Pit Slope Design. – Collingwood : CSIRO Publishing, 2009. – 487 p.
19. *Hoek E., Brown E. T.* The Hoek–Brown failure criterion and GSI – 2018 edition // *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. 2019. Vol. 11. Iss. 3. P. 445–463.
20. *Renani H. R., Martin C. D.* Slope Stability Analysis using Equivalent Mohr–Coulomb and Hoek–Brown criteria // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2020. Vol. 53. Iss. 1. P. 13–21.
21. OptimalSlope: Software for the determination of optimal profiles for slopes and pitwalls. User manual. Version 1. 2021.
22. *Parra A., Morales N., Vallejos J., Nguyen P. M. V.* Open pit mine planning considering geomechanical fundamentals // *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*. 2017. Vol. 32. Iss. 4. P. 221–238.
23. *Stewart A. F., Hawley P. M., Rose N. D., Gilmore B. W.* Mining applications // *Rock Slope Engineering. Civil and Mining*. 4th ed. – London : Spon Press, 2004. P. 357–376.
24. *Lerches H., Grossmann I.* Optimum Design of Open-Pit Mines // *Transactions – Canadian Institute of Mining and Metallurgy*. 1965. Vol. 58. P. 17–24.
25. *Hochbaum D. S.* The Pseudoflow Algorithm: A New Algorithm for the Maximum-Flow Problem // *Operations Research*. 2008. Vol. 56. No. 4. P. 992–1009.
26. *Khalokakaie R., Dowd P. A., Fowell R. J.* Lerchs–Grossmann algorithm with variable slope angles // *Mining Technology: Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy: Section A*. 2000. Vol. 109. Iss. 2. P. 77–85.
27. *Khalokakaie R., Dowd P. A., Fowell R. J.* Incorporation of slope design into optimal open pit design algorithms // *Mining Technology: Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy: Section A*. 2000. Vol. 109. Iss. 2. P. 70–76.
28. Rocscience. Slide2. 2021.
29. Geovia. Surpac user manual. Geovia Dassault systemes, 2021.
30. Geovia. Whittle user manual. 4.7.3 ed. Geovia Dassault systemes, 2021.
31. Datamine. Studio OP. 2.8 ed. Datamine, 2021.
32. Datamine. Studio NPVS. 1.0.51.0 ed. Datamine, 2021.
33. Maptek. Vulcan Open Pit Mine Planning. 2020.1 ed. Maptek, 2021.
34. Hexagon. HxGN MinePlan Engineering OP LTP Pro. Hexagon, 2021.
35. Hexagon. HxGN MinePlan Project Evaluator. Hexagon, 2021.
36. *Kliche C. A.* Slope Stability // *SME Mining Engineering Handbook*. 3rd ed. – Society for Mining Metallurgy and Exploration, 2011. P. 495–525.
37. *Lorig L., Read J., Stacey P.* Slope design methods // *Guidelines for Open Pit Slope Design*. – CRC Press, 2009. P. 237–264.
38. SWedge Overview / Rocscience, 2021. URL: <https://www.rocscience.com/help/swedge/documentation> (дата обращения: 15.01.2022).
39. SRK. Frac\_Rock: programme for the analysis of discontinuous rock masses. 2016.
40. *Call R. D.* Slope stability // *SME Mining Engineering Handbook*. 2nd ed. – Littleton : Society for Mining Metallurgy and Exploration, 1992. Vol. 1. P. 881–896.
41. *Ryan T. M., Pryor P. R.* Designing Catch Benches and Terramp Slopes // *Slope Stability in Surface Mining*. – Littleton : Society for Mining Metallurgy Exploration, 2001. P. 27–38.
42. *Alejano L. R., Pons B., Bastante F. G., Alonso E., Stockhausen H. W.* Slope geometry design as a means for controlling rockfalls in quarries // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2007. Vol. 44. Iss. 6. P. 903–921.
43. RocFall user manual 2002 / Rocscience, 2021. URL: <https://www.rocscience.com/help/rocfall/documentation> (дата обращения: 15.12.2021).
44. *Basson F. R. P.* Rigid Body Dynamics for Rock Fall Trajectory Simulation // *Proceedings of the 46th US Rock Mechanics & Geomechanics Symposium*. – Chicago : American Rock Mechanics Association, 2012. P. 1438–1444.
45. *Bar N., Nicoll S., Pothitos F.* Rock fall trajectory field testing, model simulations and considerations for steep slope design in hard rock // *APSSIM 2016 : Proceedings of the First Asia Pacific Slope Stability in Mining Conference*. – Perth : Australian Centre for Geomechanics, 2016. P. 457–466.
46. *Gibson W. H., de Bruyn I. A., Walker D. J. H.* Considerations in the Optimisation of Bench Face Angle and Berm Width Geometries for Open Pit Mines // *The South African Institute of Mining and Metallurgy International Symposium on Stability of Rock Slopes*. 2006. P. 557–579.
47. *Coetsee S.* An overview of bench design for cut slopes with an example of an advanced dataset assessment technique // *Slope Stability 2020 : Proceedings of the 2020 International Symposium on Slope Stability in Open Pit Mining and Civil Engineering*. – Crawley : Australian Centre for Geomechanics, 2020. P. 731–748.
48. *Gao-peng Tang, Lian-heng Zhao, Liang Li, FengYang.* Stability charts of slopes under typical conditions developed by upper bound limit analysis // *Computers and Geotechnics*. 2015. Vol. 65. P. 233–240.
49. *Hoek E., Carranza-Torres C., Corkum B.* Hoek-Brown failure criterion – 2002 Edition // *Proceedings of the Fifth North American Rock Mechanics Symposium*. Toronto, 2002. Vol. 1. P. 267–273.
50. *Li A. J., Merifield R. S., Lyamin A. V.* Stability charts for rock slopes based on the Hoek–Brown failure criterion // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2008. Vol. 45. Iss. 5. P. 689–700.
51. *Taylor D.* Stability of earth slopes // *Journal of the Boston Society of Civil Engineers*. 1937. Vol. 24. P. 197–246.
52. *Taylor D. W.* Fundamentals of Soil Mechanics. – New York : John Wiley and Sons, 1948. – 711 p.
53. *Morgenstern N. R., Price V. E.* The analysis of the stability of general slip surfaces // *Geotechnique*. 1965. Vol. 15. Iss. 1. P. 79–93.
54. FLAC 3D user manual / Itasca International Inc., 2021.
55. *Dawson E. M., Roth W. H., Drescher A.* Slope stability analysis by strength reduction // *Géotechnique*. 1999. Vol. 49. Iss. 6. P. 835–840.
56. *Lorig L., Varona P.* Practical Slope-Stability Analysis Using Finite-Difference Codes // *Slope Stability in Surface Mining*. – Littleton : Society for Mining, Metallurgy and Exploration, 2001. P. 115–124.
57. *Muñoz J., Guzmán R. R., Botin J. A.* Development of a methodology that integrates environmental and social attributes in the ore resource evaluation and mine planning // *International Journal of Mining and Mineral Engineering*. 2014. Vol. 5. No. 1. P. 38–58.
58. Guidance / Greenhouse Gas Protocol, 2019. URL: <https://ghgprotocol.org/> (дата обращения: 21.03.2021).
59. *Pell R., Tijsseling L, Palmer LW., Glass HJ, Yan X,* et al. Environmental optimisation of mine scheduling through life cycle assessment integration // *Resources, Conservation and Recycling*. 2019. Vol. 142. P. 267–276.
60. *Wernet G., Bauer C., Steubing B., Reinhard J., Moreno-Ruiz E.* et al. The ecoinvent database version 3 (part I): overview and methodology // *The International Journal of Life Cycle Assessment*. 2016. Vol. 21. Iss. 9. P. 1218–1230.
61. Greenhouse Gas Equivalencies Calculator / U.S. Environmental Protection Agency, 2021. URL: <https://www.epa.gov/energy/greenhouse-gas-equivalencies-calculator> (дата обращения: 21.03.2021).
62. *Isheyskiy V., Sanchidrián J. A.* Prospects of Applying MWD Technology for Quality Management of Drilling and Blasting Operations at Mining Enterprises // *Minerals*. 2020. Vol. 10. Iss. 10. 925. DOI: 10.3390/min10100925
63. *Soofastaei A., Aminossadati S. M., Arefi M. M., Kizil M. S.* Development of a multi-layer perceptron artificial neural network model to determine haul trucks energy consumption // *International Journal of Mining Science and Technology*. 2016. Vol. 26. P. 285–293.
64. *Agosti A., Utili S., Gregory D., Lapworth A., Samardzic J.* et al. Design of an open-pit gold mine by optimal pitwall profiles // *CIM Journal*. 2021. Vol. 12. Iss. 4. P. 149–168.
65. *Agosti A., Utili S., Valderrama C., Albornoz G.* Optimal pitwall profiles to maximise the overall slope angle of open pit mines: the McLaughlin Mine // *SSIM 2021: Proceedings of the Second International Slope Stability in Mining Conference*. – Perth : Australian Centre for Geomechanics, 2021. P. 69–82. **ПК**