

19. Hongwei Wang, Ruiming Shi, Chunsheng Lu, Yaodong Jiang, Daixin Deng et al. Investigation of sudden faults instability induced by coal mining. *Safety Science*. 2019. Vol. 115. pp. 256–264.
20. Zubov V. P., Fedorov A. S. Development system for seam “mine-breakage face”: advantages, disadvantages, directions of perfection. *GIAB*. 2019. Special issue 7. Industrial safety of enterprises of mineral resource complex in XXI century-2. pp. 272–277.
21. Bagautdinov I. I., Belyakov N. A., Sevryukov V. V., Rasskazov M. I. Hardening soil model in prediction of plastic deformation zone in soft rock mass of Yakovlevo iron ore deposit. *Gornyi Zhurnal*. 2022. No. 12. pp. 16–21. DOI: 10.17580/gzh.2022.12.03
22. Pavlovich A. A., Korshunov V. A., Bazhukov, A. A., Melnikov N. Ya. Estimation of Rock Mass Strength in Open-Pit Mining. *Journal of Mining Institute*. 2019. Vol. 239. pp. 502–509.
23. Marysyuk V. P., Sabyanin G. V., Andreev A. A., Vilner M. A. Mechanism of deformation in rock mass surrounding intersection of mine shaft and salt bed. *Gornyi Zhurnal*. 2021. No. 2. pp. 21–26. DOI: 10.17580/gzh.2021.02.02
24. Verbilo P. E., Vilner M. A. Study of the jointed rock mass uniaxial compression strength anisotropy and scale effect. *GIAB*. 2022. No. 6-2. pp. 47–59.
25. Zubov V. P., Kovalski E. R., Antonov S. V., Pachgin V. V. Improving the safety of mines in developing Verkhnekamsk potassium and magnesium salts. *GIAB*. 2019. No. 5. pp. 22–33.
26. Trushko V. L., Gospodarikov A. P., Sozonov K. V. Calculation of stress state in ore and backfill during mining in Yakovlevskoe iron ore deposit. *GIAB*. 2019. No. 5. pp. 111–123.
27. Zuev B. Yu., Zubov V. P., Fedorov A. S. Application prospects for models of equivalent materials in studies of geomechanical processes in underground mining of solid minerals. *Eurasian Mining*. 2019. No. 1. pp. 8–12. DOI: 10.17580/em.2019.01.02
28. Gaofeng Song, Zhenwei Wang, Kuo Ding. Evaluation of the face advance rate on ground control in the open face area associated with mining operations in Western China. *Journal of Geophysics and Engineering*. 2020. Vol. 17, No. 2. pp. 390–398.
29. Minghe Ju, Dapeng Wang, Jingcheng Shi, Jianchun Li, Qiangling Yao et al. Physical and numerical investigations of bedding adhesion strength on stratified rock roof fracture with longwall coal mining. *Geomechanics and Geophysics for Geo-Energy and Geo-Resources*. 2021. Vol. 7, Iss. 1. 24. DOI: 10.1007/s40948-020-00209-2
30. Hongtao Liu, Linfeng Guo, Guangming Cao, Xidong Zhao, Pengfei Wang et al. Comprehensive Study of Strata Movement Behavior in Mining a Longwall Top Coal Caving Panel of a Composite Coal Seam with Partings. *Applied Sciences*. 2020. Vol. 10, Iss. 15. 5311. DOI: 10.3390/app10155311
31. Karev V. I., Kovalenko Yu. F., Khimulia V. V., Shevtsov N. I. Parameter determination of the method of directional unloading of the reservoir based on physical modelling on a true triaxial loading setup. *Journal of Mining Institute*. 2022. Vol. 258. pp. 906–914.
32. Kovalskii E. R., Gromtsev K. V. Development of the technology of stowing the developed space during mining. *Journal of Mining Institute*. 2022. Vol. 254. pp. 202–209.

УДК 622.83:622.273.132

## КОМПЛЕКСНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЦЕЛИКОВ ПРИ ОТРАБОТКЕ АПАТИТ-НЕФЕЛИНОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ СИСТЕМОЙ ПОДЭТАЖНОГО ОБРУШЕНИЯ



**М. А. ВИЛЬНЕР**<sup>1</sup>,  
научный сотрудник,  
канд. техн. наук,  
Vilner\_MA@pers.spmi.ru



**А. А. СТРЕШНЕВ**<sup>2</sup>,  
начальник  
Службы прогноза  
и предотвращения  
горных ударов



**В. С. ОНУПРИЕНКО**<sup>2</sup>,  
главный инженер

<sup>1</sup> Научный центр геомеханики и проблем горного производства, Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Кировский филиал АО «Апатит», ПАО «ФосАгро», Кировск, Россия

Известно, что целик между буродоставочными выработками является одним из основных элементов подэтажной системы разработки и представляет собой область массива в пределах одного подэтажа, ограниченную по периметру выработками. Отмечено, что в настоящее время общепринятой для определения параметров целика является методика сравнения его несущей способности с действующими напряжениями; при этом не учитывается большое число факторов, характерных для условий апатит-нефелиновых месторождений. Кроме того, механизм разрушения целика в структурно нарушенных массивах не всегда соответствует теории разрушения опорного ядра. В связи с этим обоснована актуальность исследования зависимостей формирования напряженно-деформированного состояния целика с целью дальнейшей разработки алгоритма подбора его оптимальных параметров.

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, апатит-нефелиновая руда, целик, система подэтажного обрушения, численное моделирование

DOI: 10.17580/gzh.2023.05.12

### Введение

Разработка месторождений по системе с подэтажным обрушением подразумевает оставление в пределах отработываемого подэтажа целиков между буродоставочными

выработками [1, 2]. Под целиком подразумевается нетронутая область рудопородного массива, ограниченная по периметру подготовительными (буродоставочными) выработками



**Рис. 1. Типовая форма потери целиком устойчивости [14, 18–20] (а) и иллюстрация локальной потери целиком устойчивости (б)**

в пределах одного подэтажа [3, 4]. В процессе отработки нижележащего подэтажа целики разрушаются, поэтому время требуемого устойчивого состояния ограничено временем подготовки и отработки подэтажа.

При отработке апатит-нефелиновых месторождений параметры целиков подбирают, исходя из технологических соотношений, а породные обнажения, оконтуривающие целики, представляют собой горные выработки или сопряжения горных выработок, пролеты которых незначительны по отношению к размерам целиков [4–7]. Породные целики в основном представляют собой участки пород шириной 16 м (18 м) и высотой около 5 м (в зависимости от высоты выработки), сложенные прочными породами различной степени структурной нарушенности.

Средние напряжения в таких породных целиках по отношению к средней прочности пород невысоки и обычно не вызывают полного разрушения [8]. Геомеханические процессы в основном проявляются в виде хрупкого разрушения пород в боках выработок. Наличие зон хрупкого разрушения породных целиков по высоте на их контуре оказывает значительное влияние на устойчивость горных выработок [9–11], так как происходит изменение размеров породного обнажения и их формы, что приводит к интенсификации геомеханических процессов, в частности в кровле горных выработок, где породы и так чаще всего находятся в перенапряженном состоянии [12–14].

#### **Актуальность проведения исследований**

Разрушение породных целиков в значительной степени определяет устойчивость пород как в кровле, так и в боках горных выработок [11, 15–17]. Зоны разрушения пород ограничиваются участками, где напряженное состояние породного массива близко к одноосному сжатию, и по мере удаления от контура породного целика и перехода к объемному напряженному состоянию процессы разрушения пород быстро затухают [18]. Характер разрушения целика и иллюстрация этого процесса в руднике представлены на **рис. 1**.

Потеря устойчивости породным целиком происходит в результате превышения прочности слагающих его пород

и накопления критического объема трещин и повреждений. Помимо участка, непосредственно примыкающего к породному целику, потеря им устойчивости провоцирует увеличение напряжений в соседних породных целиках и может стать причиной их повреждения или потери устойчивости, что в отдельных случаях может привести к цепной реакции и значительным объемам разрушений породных целиков, прогибу непосредственной породной кровли, оседаниям земной поверхности, значительному проявлению геодинамических процессов, а также к формированию воздушной ударной волны [19, 20]. Опыт показывает, что разрушение породного целика и степень катастрофичности последствий находятся в прямой зависимости от соотношения между высотой целика и его поперечными размерами.

В результате исследований выделено несколько групп факторов, влияющих на параметры целика. Факторы представлены на диаграмме (**рис. 2**). В условиях месторождений, характеризующихся повышенными тектоническими напряжениями (к которым относятся апатит-нефелиновые месторождения Хибинского массива), а также сложенных породами, склонными к хрупкому разрушению, подбор оптимальных параметров и прогнозирование напряженного состояния целиков является нетривиальной задачей [21, 22]. Существующие и общепринятые в настоящее время методики определения параметров целиков не учитывают всего спектра представленных на рис. 2 факторов.

Таким образом, для определения параметров целиков необходимо получить детальное представление о прочности породного массива, слагающего породный целик, и его напряженном состоянии. Целью исследования является дополнение существующих методик для их соответствия условиям разработки апатит-нефелиновых месторождений.

Обеспечение устойчивости породных целиков за счет комплексного прогноза их напряженно-деформированного состояния позволяет повысить безопасность ведения горных работ, снизить вероятность перекрепления участков горных выработок и таким образом напрямую влиять на технико-экономическую эффективность отработки [23–25].



**Рис. 2. Факторы, влияющие на напряженно-деформированное состояние целика**

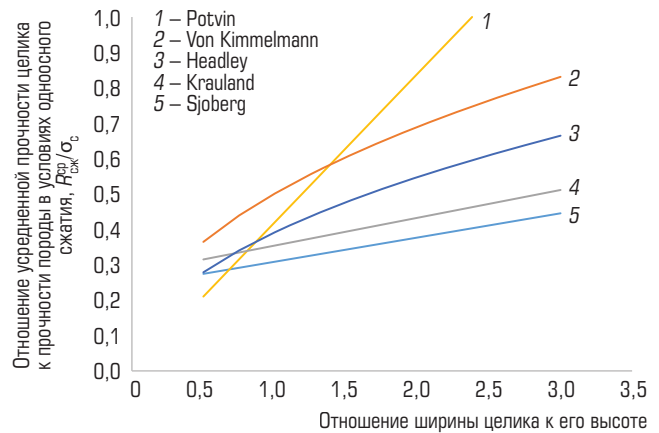
**Принципы расчета целиков**

В настоящее время обоснование параметров породных целиков либо основывается на опыте, полученном при освоении конкретного месторождения полезных ископаемых, либо определяется на основании прочностных расчетов, выраженных в виде аналитических уравнений или на основании численного моделирования [7, 15, 26, 27].

При обосновании параметров породных целиков устанавливается требование обеспечения их общей устойчивости, т. е. способности выдерживать нагрузки от вышерасположенной породной массы и напряжений в породном массиве без критических разрушений. Основной идеей при расчете целиков является сравнение несущей способности целика и действующих напряжений в массиве по его оси.

На величину несущей способности значительное влияние оказывают поперечные размеры целика, соотношение между поперечными размерами и высотой, а также его объем. Для учета этих факторов исследователями предложены различные уравнения [3, 14, 18, 28, 29], которые нашли широкое применение в различных областях горного дела. Критериев оценки устойчивости породных целиков для различных условий достаточно много, однако их общий вид сводится к уравнению (1), описывающему показатель усредненной прочности пород породного целика на сжатие  $R_{сж}^{cp}$ , МПа [26]:

$$R_{сж}^{cp} = kw^\alpha/h^\beta, \tag{1}$$



**Рис. 3. Сравнение эмпирических методов расчета усредненной прочности породных целиков**

где  $k$  – параметр, характеризующий прочность породы;  $w$  – ширина породного целика, м;  $h$  – высота целика, м;  $\alpha$  и  $\beta$  – эмпирические коэффициенты, характеризующие геомеханическое состояние породного массива.

Данная зависимость учитывает форму и размер целика, а также материал, из которого сложен целик, через относительный параметр  $k$ , определенный эмпирически для соответствующих условий. К недостатку такого класса уравнений можно отнести наличие эмпирических коэффициентов, которые установлены на основании анализа конкретных горно-геологических условий и не всегда могут быть перенесены на другие условия. Результаты расчета целиков, полученные по зависимостям исследователей [3, 14, 18, 28, 29], представлены в графическом виде на рис. 3. Представленные на рисунке зависимости получены при высоте целика 5 м.

Видно, что хорошей сходимости между различными методами не наблюдается, что преимущественно связано с различной структурной нарушенностью пород и особенностями формирования поля напряженного состояния в конкретных горно-геологических условиях. Тем не менее наиболее распространена и принята за основу расчетов несущей способности в условиях месторождений апатит-нефелиновых руд методика, предложенная Potvin [26], учитывающая прочность на сжатие апатит-нефелиновых руд, слагающих целик, в образце, ширину и высоту целика.

Усредненное значение напряжений в породном целике для условий равномерного расположения целиков в породном массиве в общем виде определяется по формуле, предложенной Potvin [26]:

$$\sigma_i^{cp} = \gamma h C_1 C_2 / (wl), \tag{2}$$

где  $\gamma$  – усредненный объемный вес вышерасположенных пород,  $\text{kH/m}^3$ ;  $h$  – глубина расположения породного целика относительно земной поверхности, м;  $C_1$  и  $C_2$  – геометрические показатели, определяющие размер грузовой площади

Таблица 1. Физико-механические свойства пород и руд на месторождениях

Материал	Удельный вес, МН/м <sup>3</sup>	Модуль упругости, МПа	Кэффициент Пуассона	RMR	Модуль упругости в массиве, МПа	Кэффициент Пуассона в массиве
Рисчорриты (висячий бок)	0,028	65300	0,26	58	20335	0,33
Уртиты (лежачий бок)	0,028	40680	0,24	50	10144	0,33
Руда	0,030	58125	0,20	51	14902	0,33

в направлении ширины и длины целика соответственно,  $m$ ;  $w$  – ширина породного целика,  $m$ ;  $l$  – длина породного целика,  $m$ .

Данная зависимость неприменима при неупорядоченном расположении и неодинаковых размерах породных целиков, при сложной форме поперечного сечения, наличии дополнительных вертикальных несущих элементов в принятой системе разработки месторождений, а также при значительных размерах участка ведения горных работ.

Помимо критерия общего вида, определяющего допустимые напряжения по фактору обеспечения несущей способности целика, для апатит-нефелиновых месторождений Хибинского массива, склонных и опасных по горным ударам, следует дополнительно использовать условие отсутствия проявлений горного давления в динамических формах:  $\sigma_1 \leq 0,5\sigma_{сж}$ , где  $\sigma_1$ ,  $\sigma_{сж}$  – максимальные действующие напряжения и прочность целика на сжатие соответственно.

Несмотря на значительный объем исследований по поиску оптимального уравнения для определения усредненных напряжений в породных целиках, они все являются приближенными и зачастую содержат значительный объем эмпирических коэффициентов, которые некорректно адаптировать под конкретные горно-геологические условия. Альтернативой аналитической формы выражения усредненного напряженного состояния породных целиков является применение численных методов прогноза, где геометрические факторы, определяющие напряженное состояние породных целиков, могут быть учтены в явном виде со значительно меньшей погрешностью, а перераспределение напряжений между породными целиками может быть учтено на основании наиболее значимых факторов.

### Численное моделирование

Установление размера зон хрупкого разрушения породных целиков в приконтурной зоне, а также определение размеров породных целиков, где процесс разрушения пород не охватывает целики полностью, с учетом изменчивости напряженного состояния, является важной научной задачей. Решать данную задачу следует на основании комплексного учета механизма деформирования и разрушения горных пород, а также геомеханического состояния породного массива с применением методов численного моделирования [30–32].

Особое внимание при выполнении исследований необходимо обратить на то, что в условиях апатит-нефелиновых

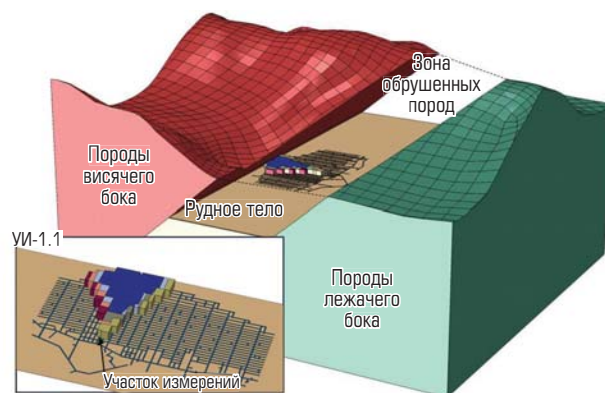


Рис. 4. Схема численной модели в программном комплексе Simulia Abaqus гор. +188 м

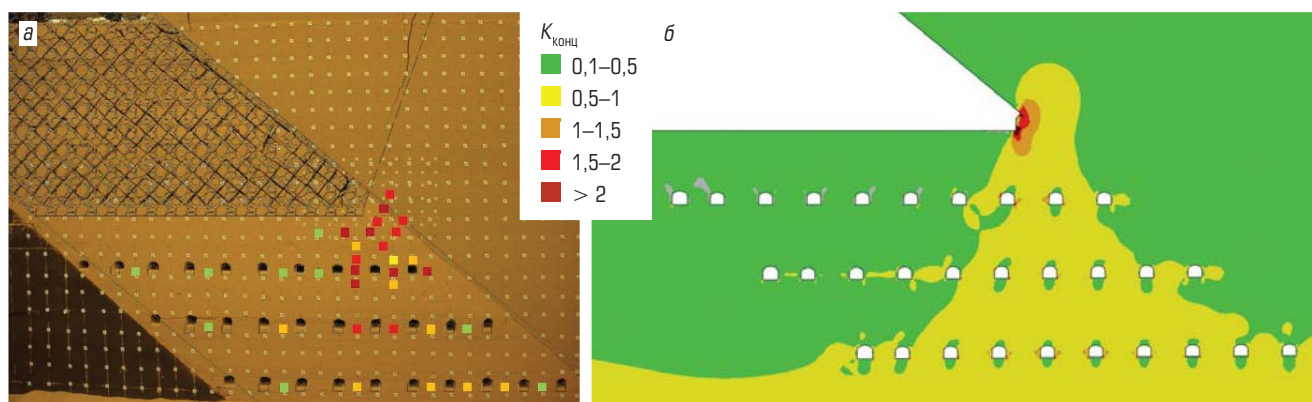
месторождений Хибинского массива горизонтальные напряжения превышают вертикальные, что не учитывается в существующих методах обоснования устойчивости породных целиков.

Для исследования поведения целиков создана пространственная численная модель в программном комплексе Simulia Abaqus, представляющая собой участок массива и рудного тела размерами 2500×2500×800 м по соответствующим осям. Сетку конечных элементов создавали с дифференциацией по размерам – вблизи контуров выработок размер конечных элементов составляет 1 м; на внешнем контуре модели он может достигать 50 м. Модель учитывает отработку вышележащего горизонта. Напряженное состояние модели задано с учетом тектонической составляющей [21]. Схема модели представлена на рис. 4.

Физико-механические свойства пород и руд для моделирования приняты согласно проведенным лабораторным исследованиям (табл. 1).

Модель включает в себя следующие расчетные этапы:

- формирование естественного гравитационно-тектонического напряженного состояния;
- последовательное моделирование строительства выработок горизонта;
- формирование зоны обрушенных пород путем значительного снижения деформационно-прочностных свойств; очистная выемка выполняется в соответствии с календарным планом.



**Рис. 5.** Коэффициент концентрации гравитационных напряжений на этапе отработки на основании физического (а) и численного (б) моделирования

### Верификация модели

Численная модель геометрией и заданными физико-механическими свойствами повторяет условия, при которых выполняли натурные измерения напряжений в целиках.

Параметры модели верифицированы по напряжениям, полученным в результате натурных измерений в целиках. По результатам сравнения (табл. 2) установлена хорошая сходимости напряжений на участке измерений в центральной части целика. Данный участок является наиболее представительным, так как целик полностью оконтурен и находится под влиянием фронта очистных работ, т. е. напряжения сформировались под влиянием нескольких факторов. Большая разница напряжений в приконтурной части целиков объясняется ее нарушенностью в натурных условиях и, соответственно, влиянием геологических нарушений.

Таким образом, граничные условия и геометрия модели позволяют достичь результатов прогноза напряженно-деформированного состояния достаточной степени достоверности для дальнейшего изучения поведения целиков.

Параметры зоны опорного давления верифицированы данными, полученными на основании физического моделирования на эквивалентных материалах [32–34]. Ниже приведено сравнение результатов физического и численного моделирования, полученных для горизонта на глубине 500 м (рис. 5).

Видно, что значения коэффициентов концентрации от действия гравитационных и тектонических напряжений, а также их распределение имеют схожий характер. Можно заключить, что численное моделирование выполнено с удовлетворительной степенью точности, а его результаты могут быть использованы для прогноза напряженно-деформированного состояния целиков.

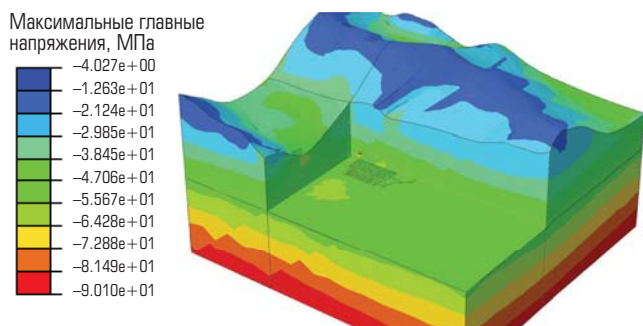
### Прогноз напряженно-деформированного состояния массива

Общий вид модели со сформированным напряженно-деформированным состоянием и распределением

**Таблица 2.** Сравнение полученных натурных данных и результатов численного моделирования

Участок измерений	Глубина измерения, м	Компонента напряжений	Значения напряжений по натурным данным, МПа	Значения напряжений по результатам численного моделирования, МПа
1	0,5	$\sigma_1$	46,8	62
		$\sigma_2$	36,1	37,2
		$\sigma_3$	25,2	20,3
	2	$\sigma_1$	37,7	50,3
		$\sigma_2$	32,3	36,2
		$\sigma_3$	28,6	19,1
	4	$\sigma_1$	36,0	46,4
		$\sigma_2$	30,8	36,9
		$\sigma_3$	27,2	27,24
6	$\sigma_1$	38,3	48,5	
	$\sigma_2$	30,5	35,6	
	$\sigma_3$	23,4	28,2	
2	0,7	$\sigma_1$	132,4	55,7
		$\sigma_2$	91,9	33,4
		$\sigma_3$	74,1	25,9
	2	$\sigma_1$	50,1	45,3
		$\sigma_2$	34,3	32,6
		$\sigma_3$	28,8	16,8
	4	$\sigma_1$	50,0	42,3
		$\sigma_2$	35,2	33,7
		$\sigma_3$	31,9	25,6
	6	$\sigma_1$	49,1	43,9
		$\sigma_2$	35,4	32,1
		$\sigma_3$	29,3	26,6

максимальных главных напряжений представлен на рис. 6. Численное моделирование позволило изучить изменение напряженно-деформированного состояния целиков с учетом



**Рис. 6.** Эпюра распределения напряжений в модели с учетом горизонта отработки

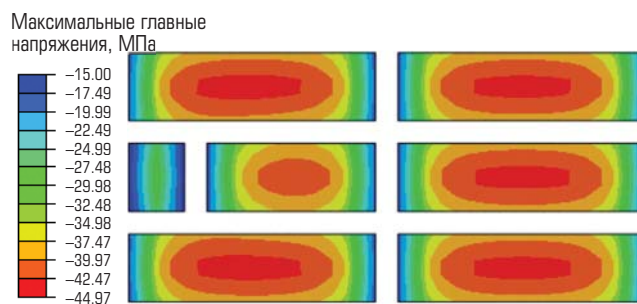
влияния наиболее значимых факторов – тектонической компоненты напряжений, ведения очистных работ на вышележащем горизонте, геометрических параметров целиков.

Характер распределения нагрузки внутри тела целика (рис. 7) позволяет заключить, что в целике выделяются две основные зоны – опорное ядро, воспринимающее нагрузку, и относительно разгруженные краевые зоны. Соотношение ширины и длины целика в плане при прочих равных условиях не изменяет величин напряжений в центральной части целика. При этом величина потенциальных зон хрупкого разрушения, которые образуются при повышении напряжений вследствие перераспределения горизонтальных компонент на контуре выработки до оконтуривания целика, вероятнее всего не будет выходить за пределы относительно разгруженной краевой зоны и, таким образом, не окажет влияния на несущую способность целика, но эту зону не следует включать в расчет несущей способности.

На эпюре на рис. 6 видно, что ленточные целики работают в режиме плоской деформации, и их расчет целесообразно выполнять в плоской постановке в сечении «ширина–высота». Целики малого размера иначе воспринимают нагрузку, работают фактически в условиях одноосного сжатия, и при их расчете необходимо учитывать также третье измерение и, соответственно, использовать пространственное численное моделирование.

Исследования показали, что большее влияние на величину действующих напряжений в целике оказывает не величина исходных напряжений, а их направление относительно оси целика или осей буродоставочных выработок. Для определения зон возможного разрушения целиков при преобладании горизонтальных компонент напряжений над вертикальными необходимо моделировать оконтуривание целиков в пространственной постановке с учетом направления действия максимальных напряжений, которое меняется при подходе очистных работ к целику.

Напряженное состояние породного целика на этапе проведения очистных работ при различных положениях фронта очистных работ изменяется в пределах 10 % от



**Рис. 7.** Эпюра распределения напряжений в малых целиках при соотношении площадей

максимального значения напряжений при установившемся пролете отработки. Однако напряженное состояние меняется значительно при подходе очистных работ к целику. Наиболее нагруженными являются целики, расположенные в зоне опирания необрушенной породной консоли. Целики в середине подконсольного пространства фактически разгружены. Этапность отработки также не оказывает значительного влияния на конечное напряженное состояние целиков. Таким образом, целесообразным является рассмотрение напряженного состояния целиков при непосредственном приближении очистных работ.

### Результаты и их обсуждение

Анализ результатов численного моделирования показал, что на напряженное состояние целиков оказывают наибольшее влияние следующие факторы:

- напряженное состояние массива в окрестности породного целика до его оконтуривания, а также на этапе оконтуривания горными выработками;
  - прочность пород;
  - геометрические параметры (форма и размеры породных целиков);
  - положение и направление движения очистного пространства относительно рассматриваемого породного целика.
- Таким образом, для определения параметров целиков необходимо получить детальное представление о прочности породного массива, слагающего породный целик, и его напряженном состоянии. Среди них можно выделить следующие данные:
- усредненная прочность пород в породном целике, учитывающая как прочность самой породы, так и показатели структурной нарушенности пород породного целика;
  - направление и интенсивность наиболее значимых нарушений, проходящих через породный целик, и показатели прочности по контакту данных нарушений;
  - фактическое напряженное состояние породного целика.

Наиболее полно расчет устойчивости породного целика может быть реализован в рамках численного моделирования,

где вышеперечисленные факторы могут быть учтены/определены с более высокой степенью достоверности.

Однако на основании сделанных выводов можно рекомендовать уточнение эмпирической методики оценки несущей способности целика в части уточнения ширины несущей зоны – опорного ядра. Ширина опорного ядра определяется с учетом горизонтальной проекции максимального линейного размера зоны хрупкого разрушения. Несущую способность (МПа) рассчитывают на основании формулы, однако вместо эмпирического коэффициента 0,42 предлагается для уточнения условий использовать результаты геотехнического картирования массива и расчета показателя RMR [35]:

$$\sigma_{\text{ц}} = \sigma_{\text{сж}} e^{\frac{\text{RMR}-100}{24} \frac{B_{\text{оп}}}{H}}, \quad (3)$$

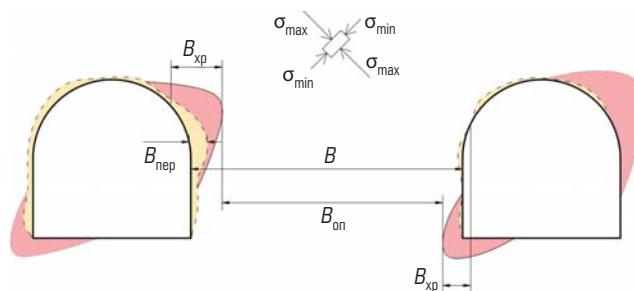
где  $\sigma_{\text{сж}}$  – минимальная прочность апатит-нефелиновых руд, слагающих целик, в образце; RMR – рейтинг горной массы согласно классификации Z. T. Bieniawski [35];  $B_{\text{оп}}$  – ширина опорного ядра целика, м;  $H$  – высота целика, м.

Для практических расчетов принято, что вектор максимального главного напряжения может отклоняться от горизонтали на величину до 30°. При этом ширину опорного ядра определяют, исходя из полной ширины целика за вычетом зон хрупкого разрушения, а также величин переборов сечения в обеих выработках (рис. 8). Зоны хрупкого разрушения  $B_{\text{хр}}^i$  образуются до оконтуривания целика при действии повышенных горизонтальных напряжений или опорного давления.

Установленные инструментальными замерами или численным моделированием действующие в целике напряжения не должны превышать рассчитанной несущей способности.

### Выводы

Авторами сделаны выводы об основных недостатках существующих подходов к оценке устойчивости породных целиков для условий апатит-нефелиновых месторождений, описаны типовые механизмы потери устойчивости породных



**Рис. 8. Схема к определению ширины опорного ядра целика:**

$\sigma_{\text{max}}$  – максимальные действующие напряжения, МПа;  
 $\sigma_{\text{min}}$  – минимальные действующие напряжения, МПа;  
 $B_{\text{хр}}$  – величина зоны хрупкого разрушения, м;  $B_{\text{пер}}$  – величина переборов сечения, м;  $B$  – ширина целика, м;  $B_{\text{оп}}$  – ширина опорного ядра целика, м

целиков в различных горно-геологических и геомеханических условиях.

Установлено, что для условий апатит-нефелиновых месторождений устойчивость породных целиков необходимо рассматривать как локальную и глобальную, где локальная устойчивость подтверждается визуальным наблюдением за развитием геомеханических процессов в приконтурной зоне породных целиков, а возможная потеря породными целиками глобальной устойчивости должна быть обоснована с помощью инструментальных методов наблюдения или моделирования.

### Библиографический список

См. англ. блок.

«GORNYI ZHURNAL», 2023, № 5, pp. 80–87  
 DOI: 10.17580/gzh.2023.05.12

#### Integrated stress–strain analysis of pillars in apatite–nepheline ore mining by sublevel caving

##### Information about authors

**M. A. Vilner**<sup>1</sup>, Researcher, Candidate of Engineering Sciences, Vilner\_MA@pers.spmi.ru

**A. A. Streshnev**<sup>2</sup>, Head of Rockburst Prediction and Prevention Service

**V. S. Onuprienko**<sup>2</sup>, Chief Engineer

<sup>1</sup>Research Center for Geomechanics and Mining Practice Problems, Saint-Petersburg Mining University, Saint-Petersburg, Russia

<sup>2</sup>Apatit’s Division in Kirovsk, Kirovsk, Russia

#### Abstract

A pillar established between drilling-and-haulage drifts is one of the key elements in sublevel caving system. The currently common procedure of determining such pillar parameters is the collation of the load-bearing capacity of the pillar with the effective stresses. This procedure omits many factors intrinsic to apatite–nepheline ore deposits. The pillar stability maintenance via the integrated stress–strain behavior prediction ensures safety of mining operations and reduces the need of re-installation of support systems in underground openings, which directly influences mining efficiency.

The authors infer on the main disadvantages of the current approaches to stability estimation of rock pillars in apatite–nepheline ore mining. It is found that rock pillar stability at such deposits should be considered as local and global stability. The local stability is inspected visually by observations over geomechanical processes in the adjacent rock mass of the pillars. A possible loss of the global stability should be substantiated by

instrumental observations or modeling.

The implemented numerical modeling allows drawing a conclusion that the stress state of pillars is mostly affected by: the stress state of the adjacent rock mass of a pillar before it is drilled around and at the stage of enveloping the pillar with stopes; the rock strength; the pillar geometry (shape and dimension); the position and advance direction of the stoping operations relative to the pillar.

The numerical modeling provided the stress–strain analysis of pillars with regard to the weightiest factors—tectonic stresses, higher-level stoping and pillar geometry. The accomplished research revealed stress–strain patterns in pillars, and made it possible to offer recommendations on optimization of pillar parameters.

**Keywords:** stress–strain behavior, apatite–nepheline ore, pillar, sublevel caving, numerical modeling.

## References

- Rusin E. P., Stazhevskiy S. B. Swedish version of sublevel caving ore mining system: State-of-the-art and prospects. *Interexpo GEO-Sibir*. 2017. Vol. 2, No. 2. pp. 112–116.
- Belogorodtsev O. V., Gromov E. V., Melnik V. B. Justification of mining methods and their design parameters under production intensification conditions when developing reserves at deep horizons of thick ore deposits. *GIAB*. 2016. No. 4. pp. 122–130.
- Hedley D. G. F., Grant F. Stope-and-Pillar Design for the Elliot Lake Uranium Mines. *CIM Bulletin*. 1972. Vol. 65. pp. 37–44.
- Guidelines for safe mining under conditions of rockburst hazard (Khibiny apatite–nepheline deposits). Kirovsk, 2021.
- Kozyrev A. A., Savchenko S. N., Panin V. I., Semenova I. E., Rybin V. V. et al. Geomechanical processes in the geological environment of geotechnical systems and geodynamic risk management. Apatity : KNTs RAN, 2019. 431 p.
- Sidorov D. V., Ponomarenko T. V. Feasibility study of optimal parameters of pillars in designing rockburst-hazardous ore deposits development. *Journal of Mining Institute*. 2012. Vol. 198. pp. 11–15.
- Kuranov A. D., Bagautdinov I. I., Kotikov D. A., Zuev B. Yu. Integrated approach to safety pillar stability in slice mining in the Yakovlevo deposit. *Gornyi Zhurnal*. 2020. No. 1. pp. 115–119. DOI: 10.17580/gzh.2020.01.23
- Ulusay R., Hudson J. A. The Complete ISRM Suggested Methods for Rock Characterization, Testing and Monitoring: 1974–2006. Ankara, 2007. 628 p.
- Barton N., Shen B. Risk of shear failure and extensional failure around over-stressed excavations in brittle rock. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. 2017. Vol. 9, Iss. 2. pp. 210–225.
- Martini C. D., Read R. S., Martino J. B. Observations of brittle failure around a circular test tunnel. *International Journal Rock Mechanics and Mining Science*. 1997. Vol. 34, Iss. 7. pp. 1065–1073.
- Korchak P. A., Karasev M. A. Geomechanical prediction of the brittle fracture zones in rocks in the vicinity of the excavation junction of Ltd “Apatit” mines. *Ustoychivoe razvitiye gornyykh territoriy*. 2023. Vol. 15, No. 1(55). pp. 67–80.
- Rasskazov I. Yu., Saksin B. G., Anikin P. A., Potapchuk M. I., Gladyr A. V. et al. Methods and results of burst-hazard assessment in the underground mines of Russian Far East. *Rockbursts and Seismicity in Mines : Proceeding of the 8th International Symposium*. Obninsk : Geophysical Survey of Russian Academy of Sciences, 2013. pp. 319–322.
- Shabarov A., Kuranov A., Popov A., Tsirel S. Geodynamic risks of mining in highly stressed rock mass. *Problems in Geomechanics of Highly Compressed Rock and Rock Masses : Proceedings of the 1st International Scientific Conference*. 2019. E3S Web of Conferences. 2019. Vol. 129. 01011. DOI: 10.1051/e3sconf/201912901011
- Bagautdinov I., Kuranov A., Belyakov N., Streshnev A. The reasoning of mining methods parameters toward development of the apatite-nepheline ore deposits based on results of forecast of massif stress state. *Problems of Complex Development of Georesources : Proceedings of VII International Scientific Conference*. 2018. E3S Web of Conferences. 2018. Vol. 56. 01019. DOI: 10.1051/e3sconf/20185601019
- Sjoeborg J. Failure modes and pillar behaviour in the Zinkgruvan mine. *Rock Mechanics : Proceedings of the 33rd U.S. Symposium*. Rotterdam : A. A. Balkema, 1992. pp. 491–500.
- Petrov D. N. In-situ monitoring of support systems at junctions of horizontal galleries in weak ore mines. *Journal of Mining Institute*. 2007. Vol. 172. pp. 66–68.
- Sinegubov V. Yu., Popov M. G., Vilner M. A., Sotnikov R. O. Influence of stoping on formation of damaged rock zones at boundaries of large cross-section excavations in apatite–nepheline mining. *Gornyi Zhurnal*. 2021. No. 8. pp. 26–30. DOI: 10.17580/gzh.2021.08.04
- Rozenbaum M. A., Chernyakhovskii S. M., Savchenko E. S. Investigation of exfoliation height of roof rocks in mine workings within the zone of bearing pressure. *Journal of Mining Institute*. 2011. Vol. 190. pp. 210–213.
- Shabarov A. N., Kuranov A. D., Kiselev V. A. Assessing the zones of tectonic fault influence on dynamic rock pressure manifestation at Khibiny deposits of apatite-nepheline ores. *Eurasian Mining*. 2021. No. 2. pp. 3–7. DOI: 10.17580/em.2021.02.01
- Zhukova S. A., Zhuravleva O. G., Onuprienko V. S., Streshnev A. A. Seismic behavior of rock mass in mining rockburst-hazardous deposits in the Khibiny Massif. *GIAB*. 2022. No. 7. pp. 5–17.
- Lunder P. J., Pakalnis R. C. Determination of the Strength of Hard-Rock Mine Pillars. *CIM Bulletin*. 1997. Vol. 90, No. 1013. pp. 51–55.
- Gospodarikov A. P., Morozov K. V., Revlin I. E. A method of data interpretation in seismicity and deformation monitoring in underground mining in terms of the Kukisvumchorr deposit of Apatit company. *GIAB*. 2019. No. 8. pp. 157–168.
- Sidorov D. V., Potapchuk M. I., Sidlyar A. V. Forecasting rock burst hazard of tectonically disturbed ore massif at the deep horizons of Nikolaevskoe polymetallic deposit. *Journal of Mining Institute*. 2018. Vol. 234. pp. 604–611.
- Gospodarikov A. P., Trofimov A. V., Kirkin A. P. Evaluation of deformation characteristics of brittle rocks beyond the limit of strength in the mode of uniaxial servohydraulic loading. *Journal of Mining Institute*. 2022. Vol. 256. pp. 539–548.
- Lomov M. A., Konstantinov A. V., Tereshkin A. A. Prospective methods of assessment and control of the geomechanical state of rock masses. *Problemy nedropolzovaniya*. 2019. No. 4(23). pp. 83–90.
- Potvin Y., Hadjigeorgiou J. Ground support strategies to control large deformations in mining excavations. *Ground Support in Mining and Civil Engineering Construction : Proceedings of the 6th International Symposium on Ground Support*. Cape Town, 2008. pp. 545–560.
- Gospodarikov A. P., Zatsepin M. A. Mathematical modeling of boundary problems in geomechanics. *Gornyi Zhurnal*. 2019. No. 12. pp. 16–20. DOI: 10.17580/gzh.2019.12.03
- Krauland N., Soder P.-E. Determining pillar strength from pillar failure observations. *Engineering & Mining Journal*. 1987. Vol. 8. pp. 34–40.
- Ignatiev S. A., Sudarikov A. E., Imashev A. Zh. Modern Mathematical Forecast Methods of Maintenance and Support Conditions for Mining Tunnels. *Journal of Mining Institute*. 2019. Vol. 238. pp. 371–375.
- Pierotti A., Leoni M., Lo Presti D. 3D FEM and DEM Analyses of Underground Openings in Competent Rock Masses. *Advancements in Civil Engineering & Technology*. 2020. Vol. 4, Iss. 3. ACET.000588. DOI: 10.31031/ACET.2020.04.000588
- Von Kimmelman M. R., Hyde B., Madgwick R. J. The use of computer applications at BCL Limited in planning pillar extraction and design of mining layouts. *Design and Performance of Underground Excavations : Proceedings of ISRM Symposium*. London : British Geotechnical Society, 1984. pp. 53–63.
- Trushko V. L., Protosenya A. G. Prospects of geomechanics development in the context of new technological paradigm. *Journal of Mining Institute*. 2019. Vol. 236. pp. 162–166.
- Zhang Y., Mitri H. S. Stability assessment of non-entry stopes using nonlinear finite element analysis. *Rock Mechanics: Meeting Society's Challenges and Demands : Proceedings of the 1st Canada-US Rock Mechanics Symposium*. London : CRC Press, 2007. Vol. 2. pp. 1347–1351.
- Zuev B. Yu. Methodology of modeling nonlinear geomechanical processes in blocky and layered rock masses on models made of equivalent materials. *Journal of Mining Institute*. 2021. Vol. 250. pp. 542–552.
- Bieniawski Z. T. Engineering Rock Mass Classifications: A Complete Manual for Engineers and Geologists in Mining, Civil and Petroleum Engineering. New York : John Wiley & Sons, 1989. 251 p.