

УДК 622.253

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ФОРМИРОВАНИЯ ЛЕДОПОРОДНОГО ОГРАЖДЕНИЯ ПРИ СООРУЖЕНИИ ШАХТНЫХ СТВОЛОВ*



И. И. ГОЛОВАТЬЙ,
генеральный директор,
ОАО «Беларуськалий»,
Солигорск, Беларусь



Л. Ю. ЛЕВИН,
зав. отделом,
д-р техн. наук



О. С. ПАРШАКОВ,
младший научный
сотрудник



Д. А. ДИУЛИН,
генеральный директор
ОАО «Трест
Шахтоспецстрой»,
Солигорск, Беларусь

Горный институт УрО РАН, Пермь, Россия

Представлена интеллектуальная система контроля формирования и состояния ледопородного ограждения, которая внедрена на участке сооружения шахтных стволов Петриковского ГОКа ОАО «Беларуськалий».

Описаны основные методы определения температурного поля породного массива в условиях искусственного замораживания. Показано, что развертывание системы интеллектуального мониторинга позволяет не только обеспечить безопасность ведения горных работ, но и повысить технико-экономические показатели строительства в целом.

Ключевые слова: ледопородное ограждение, породный массив, искусственное замораживание, температурное поле, шахтный ствол, система контроля, задача Стефана, технико-экономические показатели.

DOI: 10.17580/gzh.2018.08.06

мораживание – оттаивание замороженных горных пород до их естественного состояния. Для каждого периода рассчитывают параметры работы замораживающего комплекса строящихся стволов, которые напрямую зависят от естественной температуры породного массива, времени замораживания, а также от площади поверхности ледопородного ограждения.

В период активного замораживания горных пород холодильные станции, как правило, используют на полную мощность до создания ЛПО проектных размеров. В этот период количество теплоты, отводимое от охлаждаемого породного массива, является максимальным. После того, как ледопородное ограждение сформировано, дальнейшее увеличение толщины ЛПО будет являться нецелесообразной затратой средств, поэтому режим работы замораживающего комплекса меняют. Регулировать холодопроизводительность можно следующими способами: изменением параметров работы компрессоров холодильных станций; постепенным выключением из работы отдельных холодильных станций; периодической работой с остановками в течение суток холодильных станций; установкой дополнительной холодильной станции с холодопроизводительностью, необходимой в начальный период пассивного замораживания пород.

При переходе на режим пассивного замораживания пород ледопородное ограждение должно сохранять свои размеры и прочность. Задача поддержания ЛПО в этот период сводится к отведению от мерзлых горных пород теплопритока со стороны незамороженного породного массива.

Однако на практике замораживающие комплексы в большинстве случаев работают с полной нагрузкой от начала заморажи-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках научного проекта № 17-11-01204.

вания до возведения постоянной крепи в стволе. В результате этого ледопородное ограждение непрерывно увеличивается и на момент окончания периода пассивного замораживания имеет значительно большие размеры, чем те, которые были определены проектом. Следовательно, в процессе формирования и поддержания ЛПО перерасходуются значительные средства.

В результате капитальные затраты на эксплуатацию замораживающего комплекса строящихся стволов в период поддержания ледопородного ограждения в замороженном состоянии могут достигать значительных величин, особенно при долговременном замораживании пород, когда проходка стволов и возведение постоянной крепи делятся более одного года. Следовательно, основная задача оптимизации процесса формирования ЛПО заключается в управлении работой замораживающего комплекса строящихся стволов с учетом обеспечения минимальных затрат на материальные, финансовые и трудовые ресурсы, а также безопасности ведения горных работ.

Контроль за формированием и состоянием ледопородного ограждения

В начале 2016 г. на Петриковском месторождении калийных солей ОАО «Беларуськалий» было начато строительство вертикальных шахтных стволов. Согласно проекту организации строительства Петриковского ГОКа, проходка стволов осуществляется при помощи искусственного замораживания горных пород.

Для оперативного контроля за процессом формирования и состоянием ледопородного ограждения на участке строительства шахтных стволов Петриковского ГОКа внедрена интеллектуальная система контроля, разработанная Горным институтом УрО РАН, которая базируется на использовании технологии оптоволоконной термометрии. Основное отличие данной системы от аналогов заключается в том, что ее структурные элементы позволяют хранить все данные геологических и теплофизических свойств горных пород, осуществлять сбор параметров работы замораживающих станций стволов и непрерывно обрабатывать данные экспериментальных измерений распределенной температуры породного массива (рис. 1). Кроме того, при помощи данной системы выполняют математическую интерпретацию результатов термометрии скважин, на основании которой определяют трехмерное температурное поле во всем замораживаемом породном массиве [4].

Для определения температурного поля во всем замораживаемом породном массиве решают прямую и обратную задачи Стефана (задачи теплопроводности с подвижной границей) [5–11].

Прямую задачу Стефана решают на основе геологических и теплофизических исходных данных о породном массиве, а также параметров работы замораживающих станций. В общем виде решение прямой задачи сводится к решению уравнения теплопроводности с движущейся границей фазового перехода в энталпийной постановке [8]:

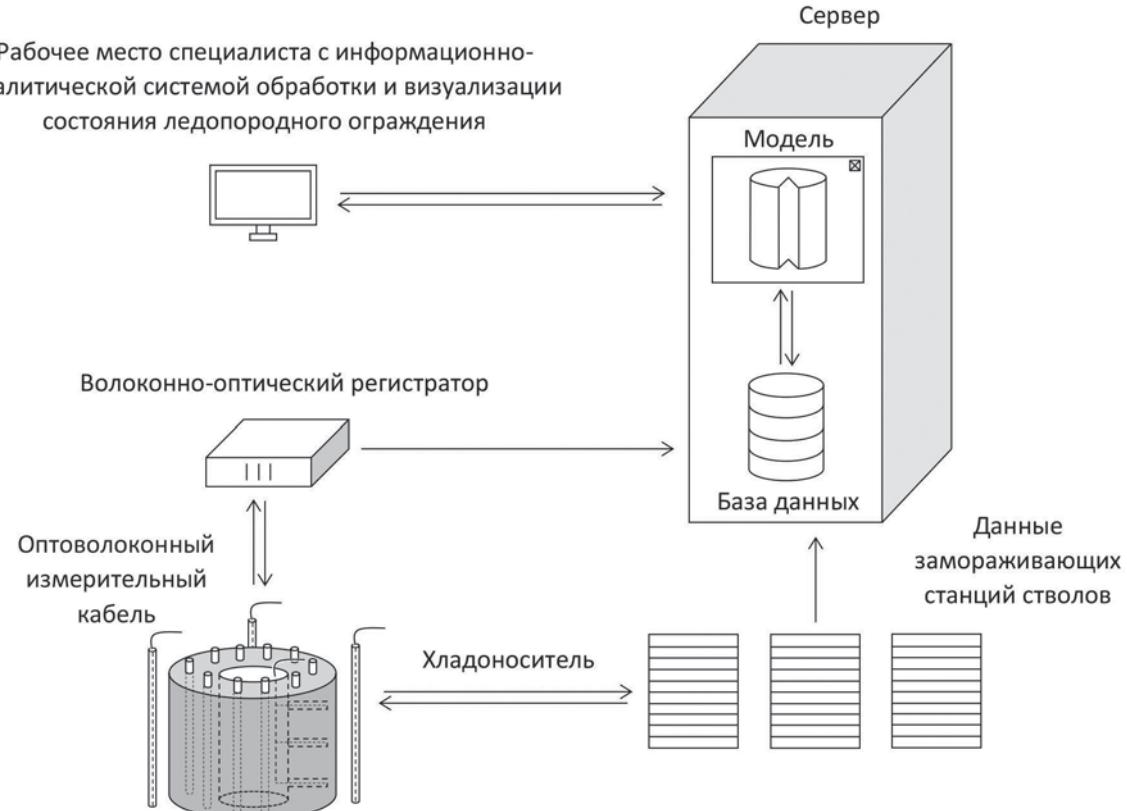


Рис. 1. Обобщенная структурная схема интеллектуальной системы контроля ЛПО

$$\frac{dH(T)}{dt} = \lambda(T)\Delta T,$$

где H – теплосодержание (энталпия) единицы объема породного массива, Дж/м³; λ – теплопроводность горной породы, Вт/(м·К).

Фазовый переход включен в данную математическую модель посредством функции теплосодержания $H = f(T)$, нелинейно зависящей от температуры T (функция имеет скачок, характеризующийся величиной скрытой теплоты кристаллизации грунтовых вод) [7]. Данное уравнение решается для каждого геологического слоя в отдельности, что допустимо на основании выводов, полученных в работе [12].

При решении обратной задачи Стефана, помимо геологических и теплофизических исходных данных о породном массиве и параметров работы замораживающих станций, используют также результаты экспериментальных измерений распределенной температуры горных пород в контрольных скважинах [13]. Благодаря дополнительным сведениям о распространении теплоты в породном массиве решение обратной задачи Стефана уточняет решение прямой задачи.

Метод решения обратной задачи Стефана сводится к минимизации функционала рассогласований между модельными и измеренными температурами в скважинах с использованием метода градиентного спуска [9, 10]. Функционал рассогласования между модельными и измеренными температурами записывается в виде:

$$I = \sum_{i=1}^{N_k} |T|_{r_i} - T_i^*,$$

где $|T|_{r_i}$ – модельная температура массива на границе с i -й контрольной скважиной, °C; T_i^* – экспериментально измеренная температура i -й контрольной скважины, °C.

Минимизацию функционала осуществляют по физическим свойствам породного массива в зоне льда и зоне охлаждения – теплоемкости, теплопроводности, удельной скрытой теплоте кристаллизации воды.

Благодаря применению современных инновационных технологий контроля и численных методов расчета значительно повышается качество прогноза процесса замораживания и при необходимости обеспечивается возможность его регулирования и оптимизации [14 – 17].

Исследование процесса формирования ледопородного ограждения

В соответствии с проектной документацией, для достижения ледопородными ограждениями шахтных стволов Петриковского ГОКа проектных параметров рассчитанное время работы замораживающего комплекса в активном режиме составляет 121 сут. После образования ЛПО требуемых размеров и выдачи заключения о возможности начала горнопроходческих работ замораживающий комплекс должен быть переведен в пассивный режим. Продолжительность работы в пассивном режиме составляет 512 сут и складывается из времени, необходимого для проходки стволов,

сооружения постоянной крепи и цементационной завесы ниже участка замороженных пород. При этом проектом организации строительства предусмотрено, что пассивное замораживание осуществляют при такой же температуре подачи хладоносителя (–20 °C) в замораживающие колонки, как и при активном замораживании.

Однако в результате выполнения оперативного контроля за состоянием замороженного породного массива на базе экспериментальных измерений температуры горных пород по всей глубине контрольно-термических скважин, а также решения обратной задачи Стефана [5] установлено, что в условиях строящегося ствола № 1 Петриковского ГОКа при переходе на пассивный режим замораживания ледопородное ограждение продолжало устойчиво расти. Кроме того, фактическая толщина ЛПО на 87-е сут с начала активного замораживания превысила проектную более чем в 1,5 раза для всех исследуемых слоев породного массива (**табл. 1**).

Рассчитанная фактическая толщина ледопородного ограждения явно свидетельствовала о неэффективной трате средств, используемых для его формирования и дальнейшего поддержания обводненных горных пород в замороженном состоянии. Поэтому на основании полученных результатов принято решение о начале проходки ствола № 1 после 87 сут работы замораживающих станций в активном режиме. Кроме того, требовалось выполнить анализ и определить энергоэффективный режим работы замораживающих станций строящегося ствола, при котором проектные параметры (сплошность и толщина) ледопородного ограждения с учетом снижения мощности охлаждения породного массива сохранятся до окончания строительства ствола.

С целью организации режима пассивного замораживания пород и выбора требуемой холодопроизводительности замораживающего комплекса для поддержания ЛПО выполнено математическое моделирование термодинамических процессов, происходящих в породном массиве при различных параметрах работы замораживающих станций ствола с учетом перехода с активного на пассивный режим после 3 мес замораживания (**табл. 2**). Следует отметить, что количество холода, подаваемого в замораживающие колонки, можно регулировать следующими способами:

- изменением количества охлаждающего рассола (хладоносителя), циркулирующего в замораживающих колонках, при постоянной его температуре;
- варьированием температуры хладоносителя при постоянном его расходе;
- одновременным изменением обоих параметров.

Таким образом, рассмотрена и решена нестационарная прямая задача Стефана для случая множества замораживающих скважин. Анализ выполнен для наименее благоприятного слоя породного массива – кварцевого песчаника (критерий – максимальная температуропроводность $2,4 \cdot 10^{-6}$ м²/с). В качестве расчетных параметров задачи приняты: теплопроводность в зоне льда 5,99 Вт/(м·°C); теплопроводность в зоне охлаждения 5,01 Вт/(м·°C); удельная теплоемкость в зоне льда 775 Дж/(кг·°C); удельная теплоемкость в зоне охлаждения 868 Дж/(кг·°C); плотность среды

2450 кг/м³; температура фазового перехода $-0,16^{\circ}\text{C}$; удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг; влагосодержание массива 0,04 кг/кг; температура непотревоженного породного массива $+7,3^{\circ}\text{C}$.

По результатам моделирования установлено, что при сохранении параметров работы замораживающих станций строящегося ствола № 1, в соответствии с проектом организации строительства Петриковского ГОКа, замораживание породного массива приводит к дальнейшему увеличению толщины ледопородного ограждения. На момент окончания возведения цементационной завесы строящегося ствола № 1 (621-е сутки) толщина ЛПО достигнет 9,9 м, что составляет 495 % проектного значения. При повышении температуры хладоносителя до -14°C толщина ледопородного ограждения будет равна 8,4 м (420 %), до -8°C – 6,2 м (310 %), до -6°C – 3,9 м (195 %), а при температуре подачи хладоносителя -4°C требуемая толщина ЛПО сохранится только на период 36 сут, что является недопустимым (рис. 2).

Из полученных результатов моделирования следует, что для отвода теплопритока от мерзлых горных пород со стороны незамороженного породного массива с целью поддержания требуемых параметров ледопородного ограждения достаточно обеспечить рабочие параметры замораживающих станций с температурой подачи хладоносителя в замораживающие колонки, равной -6°C , при его расходе 280 м³/ч. При этом к окончанию периода пассивного замораживания водонасыщенных горных пород фактическая толщина будет превышать проектную с достаточным запасом.

Таким образом, к окончанию проходки ствола № 1 Петриковского ГОКа в интервале неустойчивого обводненного массива пород и возведения постоянной крепи мощность, затрачиваемую на охлаждение горных пород в пассивном режиме замораживания, возможно значительно снизить за счет изменения параметров работы замораживающего комплекса (рис. 3).

Полученные результаты указывают на то, что использование передовых технологий мониторинга температуры породного массива совместно с математическим моделированием термодинамических процессов, происходящих в породном массиве при искусственном замораживании, обеспечивает достоверный прогноз формирования ледопородного ограждения и позволяет опера-

Таблица 1. Результаты определения толщины ледопородного ограждения на основе данных термометрии скважин на момент окончания периода активного замораживания

Глубина, м	Мощность, м	Исследуемый литологический слой	Толщина ЛПО, м	
			через 87 сут активного замораживания	требуемая
0	14,4	Песок кварцевый	2,4	1,6
14,4	8,8	Глина	2,4	1,6
23,2	25,6	Песок	3,4	1,9
48,8	9,2	Алеврит кварцево-глауконитовый	3,6	1,9
58	27,6	Песок глауконитокварцевый	3,8	2,5
85,6	50,4	Мел писчий	3,4	1,85
136	14,4	Песчаник глауконитовый, песок глинистый	4,4	2,5
150,4	3,4	Песчаник кварцевый	4,8	2
153,8	16,6	Песок кварцевый, уплотненный, глинистый	4,6	2
170,4	4,8	Глина	4,6	2
175,2	28	Песок кварцевый, уплотненный, глинистый	5,4	2
203,2	25,6	Песок глинистый, кварцевый	4,7	2
228,8	36,6	Песок кварцевый, глинистый, переслаивание	5,3	2
265,4	22	Глина аргиллитоподобная	4,5	1,5

Таблица 2. Рассматриваемые режимы поддержания ЛПО ствола № 1 после 3 мес активного замораживания обводненных горных пород

Режим пассивного замораживания	Температура хладоносителя, °С	Расход хладоносителя, м ³ /ч
Сохранение параметров заморозки до окончания возведения тюбинговой колонны и сооружения цементационной завесы	-20	380
	-14	310
Изменение температуры подачи и расхода хладоносителя	-8	280
	-6	280
	-4	280

тивно принимать технические решения по корректировке режима работы замораживающего комплекса.

Повышение технико-экономических показателей

Внедрение новых, более эффективных технологий в области строительства шахтных стволов обусловливает возросшие требования не только к совершенствованию производственных процессов, но и к улучшению экономических показателей проекта. В основном технико-экономические показатели проходки стволов в сложных гидрогеологических условиях зависят от энергопотребления замораживающего комплекса и скорости строительства.

Минимизация энергопотребления холодильного оборудования и смещения сроков строительства шахтных стволов на более ранний период возможно достичь, как показали выполненные численные расчеты, за счет правильной эксплуатации замораживающего комплекса. При этом следует отметить, что на дей-

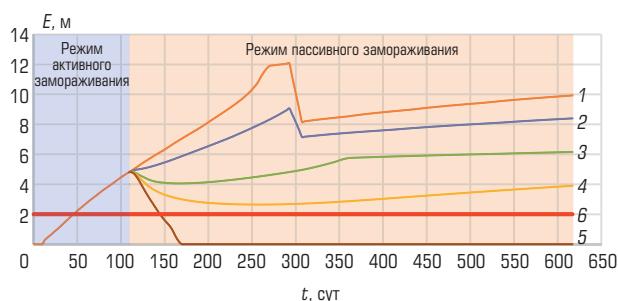


Рис. 2. Изменение толщины ледопородного ограждения в зависимости от температуры хладоносителя:
1, 2, 3, 4, 5 – температура равна $-20, -14, -8, -6$ и -4°C соответственно; 6 – проектная толщина ЛПО



Рис. 3. Динамика холодильной мощности, затрачиваемой в период пассивного замораживания, при изменении параметров работы замораживающего комплекса:
1, 2 – температура равна -20 и -6°C соответственно

ствующих стройплощадках определение и выбор требуемой холодильной производительности зависят от технических возможностей имеющегося холодильного оборудования.

Холодильные станции, установленные на строящемся Петриковском ГОКе, позволяют повысить температуру подачи хладоносителя в замораживающие колонки только до -14°C . Это связано с особенностью низкотемпературных компрессоров замораживающих станций, при работе которых, согласно данным завода-производителя, нормальная температура кипения хладагента составляет от -15°C и ниже. В случае работы компрессоров при температурах кипения хладагента выше пограничного значения могут возникать аварийные ситуации, связанные с перегревом электродвигателя компрессора. Следовательно, при разработке проектов на строительство шахтных стволов способом искусственного замораживания выбор холодильных установок должен основываться на обеспечении регулирования температуры хладоносителя в широком диапазоне, который напрямую зависит от технических характеристик работы холодильных агрегатов. Исследование процессов формирования ледопородного ограждения шахтного ствола с целью повышения технико-экономических показателей осуществлено с учетом технических возможностей установленного холодильного оборудования на Петриковском ГОКе. Разработанные технические решения по регулированию параметров работы замораживающего комплекса в режиме пассивного замораживания, на основе полученных результатов для условий проходки ствола № 1, позволили сократить сроки строительства ствола в обводненном породном массиве на 63 сут по сравнению с проектом.

В конечном итоге, в связи с переносом начала срока строительства на более ранний период, определением и регулированием параметров работы замораживающего комплекса в пассивном

режиме, а также обоснованием раннего срока отключения замораживающих станций ствола № 1 электрическая мощность, затрачиваемая на замораживание породного массива на Петриковском ГОКе, была снижена на 20 %. Потенциальная экономия энергоресурсов при выборе более оптимальных параметров работы замораживающего комплекса с температурой подачи хладоносителя в замораживающие колонки, равной -6°C , при его расходе $280 \text{ м}^3/\text{ч}$ составляет 50 %.

В результате можно сделать вывод, что оптимизация процесса формирования ледопородного ограждения с учетом применения современных методов моделирования и технологий мониторинга температуры массива горных пород позволяет обеспечить эффективную организацию работы замораживающего комплекса с минимальными капитальными вложениями на строительство шахтных стволов в водонасыщенном породном массиве.

В настоящее время выполняется аналогичное исследование для условий строительства шахтного ствола № 2 Петриковского ГОКа, кроме этого успешно продолжаются работы по контролю за температурным полем ствола № 1 при оттаивании замороженных горных пород.

Выводы

На основании вышеизложенного можно констатировать, что разработку проектов на строительство шахтных стволов в сложных гидрогеологических условиях целесообразно осуществлять с использованием современных методов расчета процесса замораживания горных пород. Кроме того, развертывание системы интеллектуального контроля за формированием и состоянием ледопородного ограждения позволяет не только обеспечить безопасность ведения горных работ, но и повысить технико-экономические показатели строительства в целом.

Библиографический список

1. Трупак Н. Г. Замораживание горных пород при проходке стволов. – М. : Углехиздат, 1954. – 896 с.
2. Трупак Н. Г. Замораживание грунтов в подземном строительстве горных выработок. – М. : Недра, 1974. – 281 с.
3. Долгов О. А. Методика расчета процесса замораживания горных пород при проходке стволов шахт способом замораживания на большую глубину. Замораживание горных пород при проходке стволов шахт. – М., 1961. С. 9–64.
4. Паршаков О. С. Разработка способа контроля формирования и состояния ледопородного ограждения шахтных стволов // Стратегия и процессы освоения георесурсов : сб. науч. тр. – Пермь : ГИ УрО РАН, 2017. Вып. 15. С. 288–292.
5. Левин Л. Ю., Семин М. А., Паршаков О. С., Колесов Е. В. Метод решения обратной задачи Стефана для контроля состояния ледопородного ограждения при проходке шахтных стволов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Геология. Нефтегазовое и горное дело. 2017. Т. 16. № 3. С. 255–267.
6. Hansson K., Simunek J., Mizoguchi M., Lundin L.-C., van Genuchten M. T. Water flow and heat transport in frozen soil // Vadose Zone Journal. 2004. Vol. 3(2). P. 693–704.
7. Kurlyuk B. L., Watanabe K. The mathematical representation of freezing and thawing processes in variably-saturated, non-deformable soils // Advances in Water Resources. 2013. Vol. 60. P. 160–177.
8. Rose M. An implicit enthalpy scheme for one-phase Stefan problems // Journal of Scientific Computing. 1990. Vol. 5(2). P. 169–185.
9. Alifanov O. M. Inverse Heat Transfer Problems. Springer-Verlag, 1994.
10. Kabanikhin S. I., Hasanov A., Penenko A.V. A gradient descent method for solving an inverse coefficient heat conduction problem // Numerical Analysis and Applications. 2011. Vol. 1(1). P. 34–45.
11. Zhou M. M., Meschke G. A three-phase thermo-hydro-mechanical finite element model for freezing soils // International journal for numerical and analytical methods in geomechanics. 2013. Vol. 37. P. 3173–3193.
12. Vitel M., Rouabhi A., Tijani M., Guerin F. Modeling heat transfer between a freeze pipe and the surrounding ground during artificial ground freezing activities // Computers and Geotechnics. 2015. Vol. 63. P. 99–111.
13. ван Хайден Т., Вегнер Б. Современная технология замораживания пород на примере двух объектов, находящихся на стадии строительства, состоящих из пяти вертикальных шахтных стволов // Горный журнал. 2014. № 9. С. 65–69.
14. Вабищевич П. Н., Васильева М. В., Горнов В. Ф., Павлова Н. В. Математическое моделирование искусственного замораживания грунтов // Вычислительные технологии. 2014. Т. 19. № 4. С. 19–31.
15. Левин Л. Ю., Семин М. А., Паршаков О. С. Математический метод прогнозирования толщины ледопородного ограждения при проходке стволов // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 2017. № 5. С. 154–161.
16. Alzoubi M. A., Sasmito A. P., Madiseh A., Hassani F. P. Intermittent Freezing Concept for Energy Saving in Artificial Ground Freezing Systems // Energy Procedia. 2017. Vol. 142. P. 3920–3925.
17. Pimentel E., Papakonstantinou S., Anagnostou G. Numerical interpretation of temperature distributions from three ground freezing applications in urban tunneling // Tunnelling and Underground Space Technology. 2012. Vol. 28. No. 1. P. 57–69. 

«GORNYI ZHURNAL», 2018, № 8, pp. 48–53
DOI: 10.17580/gzh.2018.08.06

Optimization of frozen wall formation in shaft construction**Information about authors**

I. I. Golovaty², Chief Executive Officer
L. Yu. Levin¹, Head of Department, Doctor of Engineering Sciences
O. S. Parshakov¹, Junior Researcher

D. A. Diulin³, Chief Executive Officer

¹Belaruskali, Soligorsk, Belarus

²Mining Institute, Ural Branch, Russian Academy of Sciences, Perm, Russia

³JSC “Trest Shahtospeccstroy”, Soligorsk, Belarus

Abstract

The article presents an intelligent system introduced to control condition of frozen walls at the shafting site of Petrikovsky Mining and Processing Plant of Belaruskali. The basic methods to determine temperatures in rock mass under artificial freezing are described. It is shown that the use of the modern innovative technologies and calculation techniques greatly improves quality of freezing and, if required, allows adjustments and optimizations. It is found that for the conditions of shaft no. 1 under construction at Petrikovsky Mining and Processing Plant, on the transition to passive freezing, frozen wall thickness steadily grows. The objective of frozen wall formation optimization is to control freezing equipment of mining shafts under construction at minimized cost of material, financial and human resources, as well as at mining safety. The energy-efficient mode of operation of freezing plants in the shaft under construction is determined analytically so that the project parameters (integrity and thickness) of the frozen wall are preserved till the shaft construction completion with respect to the decrease in the rock mass refrigeration capacity. A nonstationary Stefan problem is solved for the case of a set of freezing wells. It is emphasized that in designs of mining shaft construction with artificial freezing, the choice of cooling plants should be based on the wide-range adjustability of temperature of a cooling agent, which is directly governed by engineering specification of refrigerating units. The authors show that deployment of intellectual monitoring provides both safety of mining and improvement of engineering-and-economic performance of shaft construction.

The study was supported by the Russian Science Foundation, Project No. 17-11-01204.

Keywords: frozen wall, rock mass, artificial freezing, temperature field, mine shaft, control system, Stefan problem, engineering-and-economic performance.

References

1. Trupak N. G. Freezing of Rocks during Shafting. Moscow : Ugletekhnizdat, 1954. 896 p.
2. Trupak N. G. Soil Freezing in Underground Mine Construction. Moscow : Nedra, 1974. 281 p.
3. Dolgov O. A. Method to calculate deep freezing of rocks during mine shafting. Freezing of Rocks during Shafting. Moscow, 1961. pp. 9–64.
4. Parshakov O. S. Method to control formation and condition of frozen wall in mining shafts. Strategy and Processes of Geo-Resources Management: Collection of Scientific Papers. Perm : GI UrO RAN. 2017. Iss. 15. pp. 288–292.
5. Levin L. Yu., Semin M. A., Parshakov O. S., Kolesov E. V. Method of an inverse Stefan problem solution to control frozen wall condition during mine shafting. Vestnik PNIPU. Geologiya. Neftegazovoe i gornoe delo. 2017. Vol. 16, No. 3. pp. 255–267.
6. Hansson K., Simunek J., Mizoguchi M., Lundin L.-C., van Genuchten M. T. Water flow and heat transport in frozen soil. Vadose Zone Journal. 2004. Vol. 3(2). P. 693–704.
7. Kurlyuk B. L., Watanabe K. The mathematical representation of freezing and thawing processes in variably-saturated, non-deformable soils. Advances in Water Resources. 2013. Vol. 60. pp. 160–177.
8. Rose M. An implicit enthalpy scheme for one-phase Stefan problems. Journal of Scientific Computing. 1990. Vol. 5(2). pp. 169–185.
9. Alifanov O. M. Inverse Heat Transfer Problems. Berlin : Springer-Verlag, 1994. 345 p.
10. Kabanikhin S. I., Hasanov A., Penenko A.V. A gradient descent method for solving an inverse coefficient heat conduction problem. Numerical Analysis and Applications. 2011. Vol. 1(1). pp. 34–45.
11. Zhou M. M., Meschke G. A. three-phase thermo-hydro-mechanical finite element model for freezing soils. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 2013. Vol. 37. pp. 3173–3193.
12. Vitel M., Rouabhi A., Tijani M., Guerin F. Modeling heat transfer between a freeze pipe and the surrounding ground during artificial ground freezing activities. Computers and Geotechnics. 2015. Vol. 63. pp. 99–111.
13. Tim van Heyden, Bjarn Vegner. Modern shaft freezing technology implemented in two big shaft sinking projects with total 5 surface mine shafts are being constructed. Gornyi Zhurnal. 2014. No. 9. pp. 65–69.
14. Vabishchevich P. N., Vasilieva M. V., Gornov V. F., Pavlova N. V. Mathematical modeling of artificial freezing of soil. Vyschislitel'nye tekhnologii. 2014. Vol. 19, No. 4. pp. 19–31.
15. Levin L. Yu., Semin M. A., Parshakov O. S. Mathematical prediction of frozen wall thickness in shaft sinking. Journal of Mining Science. 2017. Vol. 53, No. 5. pp. 938–944.
16. Alzoubi M. A., Sasmito A. P., Madiseh A., Hassani F. P. Intermittent Freezing Concept for Energy Saving in Artificial Ground Freezing Systems. Energy Procedia. 2017. Vol. 142. pp. 3920–3925.
17. Pimentel E., Papakonstantinou S., Anagnostou G. Numerical interpretation of temperature distributions from three ground freezing applications in urban tunneling. Tunnelling and Underground Space Technology. 2012. Vol. 28. No. 1. pp. 57–69.