

- observations of the stability of quarry sides. *Marksheyderskiy vestnik*. 2022. No. 3(148). pp. 13–18.
30. Gaich A., Pötsch M. 3D models for 3D fragmentation analysis from drone imagery : Short Webinar. 2021. Available at: https://www.researchgate.net/publication/353945899_3GSM_Webinar_3D_models_for_3D_fragmentation_analysis_from_drone_imagery (accessed: 25.06.2023).
31. Gusev V. N., Blishchenko A. A., Sannikova A. P. Study of a set of factors influencing the error of surveying mine facilities using a geodesic quadcopter. *Journal of Mining Institute*. 2022. Vol. 254. pp. 173–179.
32. Zatsik A. A., Bogolyubova A. A., Romanchikov A. Yu. Application of the photogrammetric method for obtaining data on full-scale measurements during measurements of non-residential premises. *Engineering Systems and Municipal Facilities : Collection of Scientific Papers. Series : Engineering Systems and Municipal Facilities*. Saint-Petersburg : Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, 2020. pp. 160–169.
33. Valkov V. A., Vinogradov K. P., Valkova E. O., Mustafin M. G. Creating highly informative rasters based on laser scanning and aerial photography data. *Geodeziya i kartografiya*. 2022. No. 11. pp. 40–49.
34. Gaich A., Pötsch M. Blast optimization including automatic borehole placement and automatic rock mass characterization. *Bergdagarna 2020 : Proceedings*. Stockholm, 2020.
35. Abhishek Sharma, Arvind Kumar Mishra, Bhanwar Singh Choudhary. Impact of Blast Design Parameters on Blasted Muckpile Profile in Building Stone Quarries. *Annales de Chimie: Science des Matériaux*. 2019. Vol. 43, No. 1. pp. 29–36.
36. Alenichev I. A., Rakhmanov R. A. Empirical regularities investigation of rock mass discharge by explosion on the free surface of a pit bench. *Journal of Mining Institute*. 2021. Vol. 249. pp. 334–341.
37. Bamford T., Medinac F., Esmaeili K. Continuous monitoring and improvement of the blasting process in open pit mines using unmanned aerial vehicle techniques. *Remote Sensing*. 2020. Vol. 12, Iss. 17. 2801. DOI: 10.3390/rs12172801

УДК 622.235

О НЕКОТОРЫХ ПОДХОДАХ К ЧИСЛЕННОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ДИНАМИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ ВЕДЕНИИ БУРОВЗРЫВНЫХ РАБОТ



М. А. ЗАЦЕПИН,
доцент, канд. физ.-мат. наук,
zatsin_ma@pers.spmi.ru



А. П. ГОСПОДАРИКОВ,
зав. кафедрой, проф., д-р техн. наук

Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II,
Санкт-Петербург, Россия

Введение

При решении задач динамического разрушения массива горных пород используют современные расчетные методы [1–3]. В настоящее время получены интересные результаты в области геодинамического моделирования массива горных пород, вмещающего подземное сооружение [4–9]. Как правило, решение таких задач сопряжено со значительными

Представлены результаты исследований по разработке математических моделей сейсмического воздействия буровзрывных работ на подземные сооружения (газо- и нефтепроводы, горные выработки). По результатам численного моделирования сделан вывод о надежности прогнозирования напряженного состояния породного массива, вмещающего подземные сооружения, на основе взаимосвязанных программных комплексов.

Ключевые слова: математическая модель, горная выработка, трубопровод, динамическое разрушение породного массива, буровзрывные работы, сейсмозрывная волна, вычислительная программа, язык программирования

DOI: 10.17580/gzh.2023.09.03

математическими трудностями. Так, при определении напряженно-деформированного состояния (НДС) массива горных пород при воздействии на него динамических нагрузок приходится учитывать множество различных особенностей, значительно затрудняющих применение известных программных продуктов. Поэтому исследователю приходится не только разрабатывать математические модели и использовать известные вычислительные комплексы для решения таких задач, но и создавать или модифицировать их. Применение разработанных прикладных вычислительных программ и комплексов, полученных для конкретных

условий различных горнодобывающих предприятий, позволяет эффективно обеспечивать безопасность и сохранность подземных сооружений, а также использовать полученные результаты и для прогноза геодинамической обстановки на других объектах горной промышленности. Учет реальных физико-механических характеристик массива [10–14], геометрических особенностей горных сооружений, параметров динамического проявления горного давления, тектонических явлений и т. д., а также точное описание контуров полостей, начальных и граничных условий в этом случае весьма затруднительны, и, соответственно, проблематично построение решений таких задач [15–17].

Сейсмическое воздействие на действующие подземные газопроводы

Математическая постановка геодинамической задачи воздействия сейсмозврывных волн на трубопровод (наполненный газом), проложенный в скальном или песчаном грунте на небольшой глубине, требует рассмотрения такой расчетной схемы, главным элементом которой является трубопровод, находящийся на некотором расстоянии от зоны ведения буровзрывных работ (БВР).

Определение безопасных параметров ведения БВР тесно связано с установлением необходимых зависимостей распределения компонент σ_{ij} , ϵ_{ij} и u_i (тензоров напряжений, деформаций и вектора перемещений) в грунтовом массиве и трубопроводе во времени. Иными словами, необходимо провести математическое моделирование распространения волн напряжений, вызванных взрывом, в системе «грунт–газопровод» [18–22].

Численное моделирование нелинейных геодинамических процессов, происходящих в ближней зоне массового взрыва взрывчатых веществ (ВВ), требует составления адекватных геомеханических и математических моделей, а также привлечения достаточно сложного математического аппарата и больших вычислительных затрат. Отметим, что в качестве поглощающих граничных условий предложенной математической модели применяют идеально согласованные слои (rml) [23], с учетом которых расчетная схема принимает вид, представленный на **рис. 1**.

Для рассматриваемых задач сейсмодинамики получены уравнения, определяющие поведение rml-среды. Уравнения получены с помощью модификации известных уравнений движения сплошной среды, а именно: проведена замена координаты x_i , проходя вдоль которой волна должна затухать, на протяженную координату \tilde{x}_i , определяемую по формуле [23]

$$\tilde{x}_i = \int_0^{x_i} \lambda_i(x_j) dx_j; \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где $\lambda_i(x_j)$ – комплексная, ненулевая, «растягивающая» координату x_i функция. При $\lambda_i(x_j) \equiv 1$ протяженная координата \tilde{x}_i превращается в обычную, а rml-слой – в регулярную область.

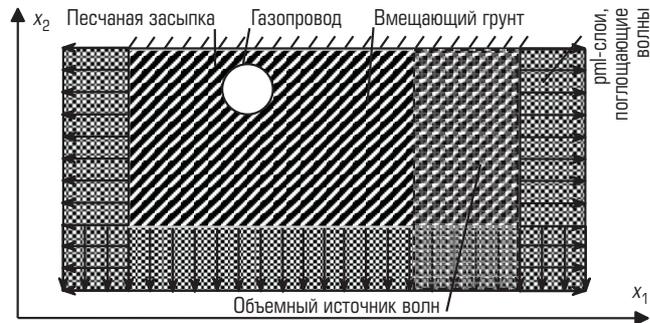


Рис. 1. Расчетная схема решения задачи (здесь и далее рисунки составлены авторами):

x_1, x_2 – координатные оси.

Стрелками указано направление, вдоль которого происходит поглощение волн в rml-слоях

Тогда, согласно равенству (1), частные производные по пространственным координатам в уравнениях движения сплошной среды заменяют с помощью выражения

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{x}_i} = \frac{1}{\lambda_i(x_j)} \frac{\partial}{\partial x_j}; \quad i = 1, 2, 3. \quad (2)$$

Метод идеально согласованных слоев оказался весьма эффективным при решении не только важных прикладных геомеханических задач, но и различных задач вычислительной математики.

Для решения задачи динамического разрушения массива горных пород, вмещающего трубопровод, при помощи метода конечных элементов (МКЭ), в работе использован вариационный принцип возможных перемещений Лагранжа в сочетании с принципом Даламбера, позволивший получить искомые разрешающие уравнения с учетом применения функционала Π в виде

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dV - \int_V \left(F_{Vi} u_i - \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} u_i \right) dV - \int_S F_{Si} u_i dS, \quad (3)$$

где F_{Vi} – массовые силы, Н; ρ – плотность деформируемого тела, кг/м³; t – время, с; F_{Si} – поверхностные силы, заданные на внешней поверхности S пространства V , Н.

В свою очередь, применяемая математическая модель, описывающая динамическое деформирование трубопровода, основывается на теории тонких оболочек в рамках применения гипотезы Кирхгофа – Лява [24]. Для мягких грунтов (песок), вмещающих трубопровод, наполненный газом, принимают известные уравнения состояния массива академика С. С. Григоряна [25, 26], а для скальных грунтов (гранит) в качестве уравнений состояния – модель линейной вязкоупругой среды:

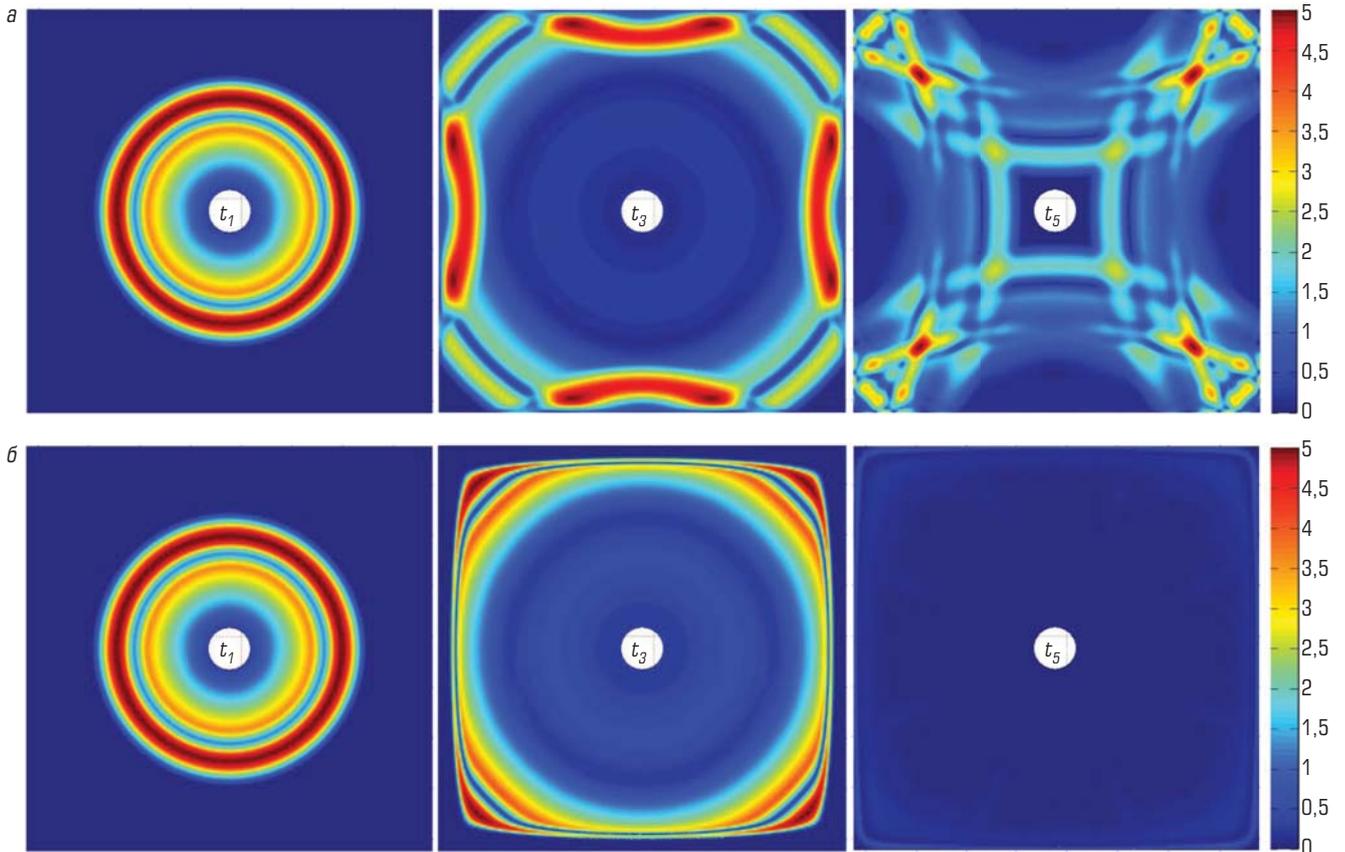


Рис. 2. Интенсивность сферической сейсмозрывной волны (отражена цветовой гаммой справа) в безграничной среде без использования rml-слоев (а) и с их применением (б):

t_i – момент времени, с ($t_1 = 5$ мс; $t_3 = 15$ мс; $t_5 = 25$ мс)

$$\begin{cases} \frac{1}{2}S_{ij} = G\epsilon'_{ij} + \eta\dot{\epsilon}'_{ij}; \\ \sigma_S = 3K\theta, \end{cases} \quad (4)$$

где S_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений, Па; G – модуль сдвига, Па; ϵ'_{ij} – компоненты девиатора тензора деформаций; η – коэффициент динамической вязкости, Па·с; $\dot{\epsilon}'_{ij}$ – компоненты девиатора тензора скоростей деформаций; $\sigma_S = \sigma_{ij}/3$ – среднее напряжение, Па; K – модуль всестороннего сжатия, Па; $\theta = \epsilon_{ij}/3$ – средняя деформация.

Для прямого интегрирования полученной системы разрешающих уравнений, описывающих принятые математические модели, используют МКЭ при дискретизации области V пространственных переменных и различные явные конечно-разностные схемы при дискретизации по временной переменной. В результате получают конечно-элементные аналоги разрешающих уравнений принятых математических моделей совместного динамического деформирования системы «грунт–трубопровод».

В результате применения схемы с rml-слоями на границе расчетной области удается отлавливать и ослаблять

сейсмозрывные волны, т. е. не происходит отражения последних в расчетную область [27].

С помощью разработанной численной модели получены решения задачи распространения сейсмозрывной волны в безграничной среде без использования rml-слоев (рис. 2, а), а затем с использованием последних (см. рис. 2, б).

Сейсмическое воздействие на действующие подземные нефтепроводы, пройденные в скальном грунте

При взрыве заряда ВВ вблизи действующего подземного нефтепровода возникает опасность разрушения последнего под действием сейсмозрывной волны. Для безопасной эксплуатации действующего подземного нефтепровода при ведении БВР необходимо определить возникающие в грунте и стенке трубопровода, находящегося под давлением жидкости, поля напряжений и скоростей смещений, вызванных взрывом ВВ [28–30].

Отметим, что в работе принята модель однородного изотропного материала в рамках упругого закона Гука при малых упругих деформациях, что позволяет учитывать диапазон нагрузок, не превышающих предела прочности для скальных пород.

Таблица 1. Параметры слоев (составлена авторами)

Слой	E , ГПа	ρ , кг/м ³	ν	H , м
1	57,9	2700	0,35	2
2	12,3	2590	0,3	2
3	200	7800	0,28	1

Таблица 2. Расположение контрольных точек (составлена авторами)

Точка	Расстояние от центра выработки, м	Угол между радиусом-вектором и осью симметрии, градус	Цвет
1	6,917	0	Красный
2	8,917	90	Голубой
3	5	30	Зеленый
4	3,5	0	Фиолетовый
5	5	0	Синий

Отличительной особенностью этого случая динамического разрушения породного массива является наличие в трубопроводе несжимаемой жидкости. При исследовании волновых процессов учитывать эту особенность особенно важно. Математическую модель движения жидкости внутри трубопровода, представленного в виде тонкой оболочки, описывают хорошо известными линейными уравнениями Эйлера и уравнениями неразрывности [31].

Определение граничных и контактных условий взаимодействующих сред имеет важнейшее значение для корректной и адекватной постановки рассматриваемой задачи и последующего ее численного решения. При оценке условий на поверхностях контакта элементов с различными физико-механическими свойствами системы «грунт–трубопровод–жидкость» в работе рассмотрены наиболее часто возникающие случаи проскальзывания и заземления.

Для решения поставленной задачи полагаем, что деформации и углы поворота малы, а материал трубопровода подчиняется линейному закону Гука. С учетом принятых ограничений НДС трубопровода описывают известными уравнениями тонких оболочек В. В. Новожилова [32]; в рамках плоской деформации и с учетом продифференцированного по времени закона Гука они имеют вид [33]

$$\begin{cases} \rho h \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial \theta} + N + q_\theta; & \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right); \\ \rho h \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial \theta} - T + q_r; & \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{\partial \omega}{\partial \theta}; \\ \rho h^3 \frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\partial M}{\partial \theta} - N; & \frac{\partial N}{\partial t} = hG \left(\omega + \frac{\partial w}{\partial \theta} - v \right), \end{cases} \quad (5)$$

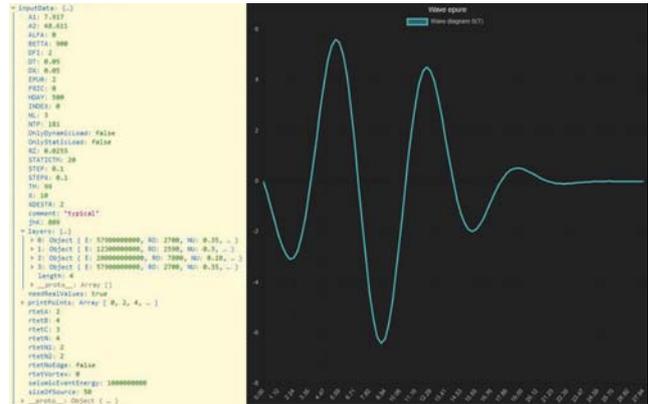


Рис. 3. Входные параметры и эпюра волны (горизонтальная ось – время, мс; вертикальная ось – напряжение за фронтом волны, МПа)

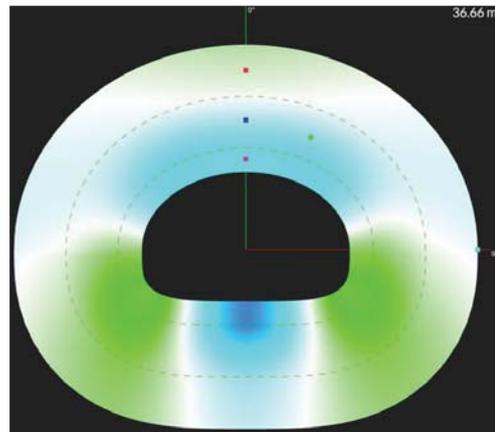


Рис. 4. Расположение контрольных точек вокруг выработки

где ρ – плотность материала трубы; h – толщина оболочки; v, w – радиальная и тангенциальная компоненты вектора скоростей; t – время; T, N – касательные и нормальные усилия; θ – угловая координата; q_θ, q_r – компоненты вектора поверхностной нагрузки; E – модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона; ω – скорость сдвига; M – изгибающий момент; $G = 0,5E/(1 + \nu)$ – модуль сдвига.

Математическая модель деформирования трубопровода для дальнейшего численного решения представлена системой дифференциальных уравнений в дивергентной форме:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + A^0 \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \theta} = C \mathbf{V} + \mathbf{P}, \quad (6)$$

где $\mathbf{V} = (v, w, \bar{\omega}, T, M, N)^T$ – вектор неизвестных; A^0, C, \mathbf{P} – матрицы, вид которых приведен в работе [34].

Конечно-разностный аналог разрешающей системы дифференциальных уравнений первого порядка в частных

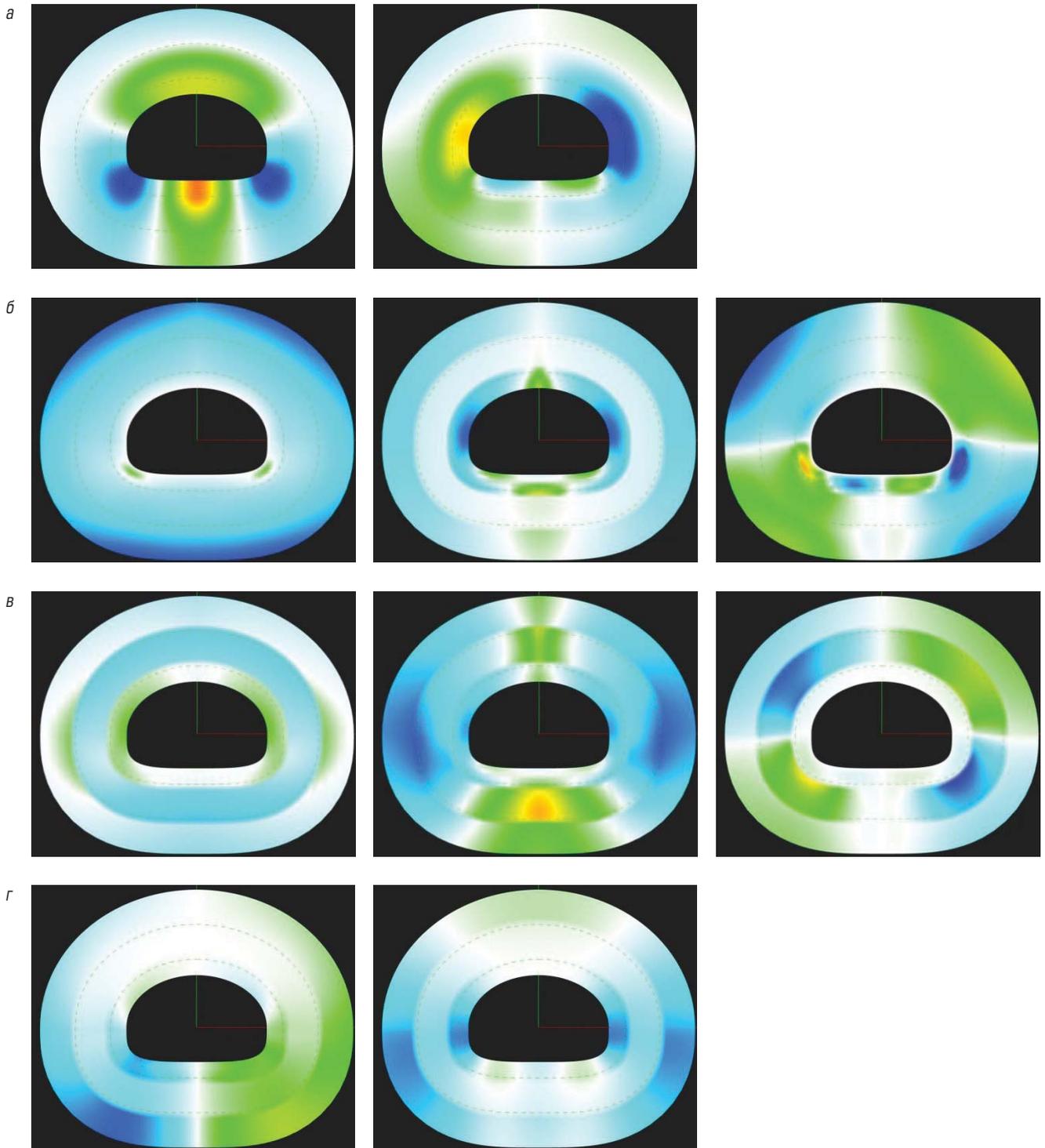


Рис. 5. Поля скоростей смещения грунта (*а*), напряжений (*б*), деформаций (*в*) и ускорений смещения грунта (*г*)

Примечание для рис. 4, 5. Цветовая дифференциация полей отражена следующим образом: *а* – распределение значений поля от min (фиолетовый) до max (красный) по всему цветовому спектру; *б* – распределение значений поля в соответствии со спектром HSV; *в* – распределение значений от min (синий) до 0 (белый) для отрицательных величин, от 0 до max (красный) для положительных величин; *г* – распределение значений от min (фиолетовый) до 0 (белый) через $2/3$ min (синий) и $1/3$ min (голубой) для отрицательных величин и от 0 через $1/3$ max (зеленый) и $2/3$ max (желтый) до max (красный) для положительных величин.

производных в дивергентной форме (6) построен в работе [3], а численная реализация его базируется на применении метода конечных разностей (численный метод ортогональной прогонки С. К. Годунова [35, 36]).

Решение такой геодинамической задачи получено при помощи разработанного вычислительного комплекса на алгоритмическом языке Fortran-90, реализующего различные варианты конечно-разностных схем. Использование полученного комплекса позволило определить основные параметры взаимодействия сейсмозрывных волн на систему «грунт–трубопровод–жидкость» [35].

Сейсмическое воздействие на подземную горную выработку

Динамическое разрушение массива горных пород, вмещающего подземное сооружение (например, протяженную горизонтальную горную выработку), достаточно часто происходит при ведении БВР. Поэтому необходимо знание зависимостей основных параметров НДС массива горных пород в окрестности горной выработки.

На основе уравнений динамической теории упругости Мизеса в криволинейных координатах авторам удалось разработать математическую модель, которая эффективно влияет на безопасность подземного сооружения (горной выработки), находящегося в массиве горных пород, подвергающемуся воздействию сейсмозрывной волны [37]. Отметим, что НДС породного массива вокруг горной выработки определено с учетом того, что массив представлен как многослойная среда, физико-механические и геометрические характеристики которой заранее известны. Разработанная математическая модель с учетом основных физико-механических свойств грунта и геометрических особенностей выработки реализована в виде эффективного алгоритма и вычислительной программы на языке JavaScript [38].

В качестве примера их применения рассмотрен модельный случай падения сейсмозрывной волны (рис. 3) под углом 0° к оси симметрии горной выработки (представленной в виде прямоугольника шириной 8 м и высотой 5 м), расположенной на глубине 500 м.

Параметры трех слоев породного массива вокруг выработки приведены в табл. 1. Данные о контрольных (реперных) точках приведены в табл. 2, а также на рис. 4.

На рис. 5 визуализированы (при помощи разработанного программного продукта) поля скоростей, напряжений, деформаций и ускорений. Все поля представлены для момента времени 28,78 мс.

Заключение

1. Для системы «грунт–трубопровод» разработана математическая модель взаимодействия сейсмозрывных волн с газопроводом, пройденным в массиве горных пород (песок, гранит), с учетом нелинейного эффекта контактных взаимодействий. Получен вычислительный комплекс в среде программирования Matlab, позволяющий достаточно эффективно решать задачи взаимодействия сейсмозрывных волн с грунтовым массивом, содержащим подземный газопровод, методом конечных элементов.

2. Для системы «грунт–трубопровод–жидкость» разработана математическая модель взаимодействия сейсмозрывных волн с нефтепроводом, пройденным в массиве горных пород и наполненным жидкостью (нефтью), с учетом контактных взаимодействий. Получен вычислительный комплекс на алгоритмическом языке Fortran-90, позволяющий успешно решать задачи взаимодействия сейсмозрывных волн в грунтовых массивах горных пород, содержащих действующий нефтепровод.

3. Для системы «грунт–подземная выработка» построена математическая модель взаимодействия сейсмозрывных волн с многослойным массивом горных пород, вмещающим протяженную горизонтальную горную выработку. Получен вычислительный комплекс на языке программирования JavaScript, позволяющий моделировать воздействие сейсмозрывной волны на многослойный массив горных пород, содержащий протяженную горизонтальную горную выработку, при ведении БВР.

Библиографический список

См. англ. блок. 

«GORNYI ZHURNAL», 2023, № 9, pp. 21–27
DOI: 10.17580/gzh.2023.09.03

Approaches to numerical modeling of dynamic rock fracture in drilling and blasting

Information about authors

M. A. Zatsepin¹, Associate Professor, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, zatsepin_ma@pers.spmi.ru

A. P. Gospodarikov¹, Head of Department, Professor, Doctor of Engineering Sciences
¹Empress Catherine II Saint Petersburg Mining University, Saint-Petersburg, Russia

Abstract

Improvement of safety of underground structures in areas exposed to seismic loading is an urgent task. The solution of this problem, firstly, requires the adequate mathematical models of dynamic fracture of rock mass containing underground structures, and secondly, the effective numerical algorithms on the basis of such models for creating computational programs in various programming environments. At present, as a rule, the well-known

software products (Ansys, Abaqus, FLAC 3D, PLAXIS 3D, etc.) are used, although their application due to the specificity and complexity of the research problems not always leads to reliable results.

This paper considers the developed mathematical models of seismic impact exerted by drilling and blasting on underground structures (gas and oil pipelines, underground openings). The numerical modeling results allow the following inference: it is reasonable to carry out reliable prediction of the stress state of rock mass containing an underground facility on the basis of interrelated software systems. For example, the FEM-based computation in the Matlab programming environment allows obtaining approximate solutions of problems on interaction of blasting-induced seismic waves with rock mass containing an operating gas pipeline. The computation in the Fortran-90 algorithmic language enables obtaining sufficiently accurate numerical solutions for engineering designs. The computation in the JavaScript programming language allows modeling the blasting-induced seismic impact on multilayer rock mass containing an extended horizontal tunnel. The developed approach to assessing the impact of seismic earthquake waves on subway tunnels in the Simulia Abaqus environment provided reliable numerical results on the stress state of subway tunnel lining, which were comparable with the in situ measurements.

Keywords: mathematical model, underground opening, pipeline, dynamic rock fracture, drilling and blasting, blasting-induced seismic wave, computational program, programming language.

References

- Protosenya A. G., Alekseev A. V., Verbilo P. E. Prediction of the stress-strain state and stability of the front of tunnel face at the intersection of disturbed zones of the soil mass. *Journal of Mining Institute*. 2022. Vol. 254. pp. 252–260.
- Marinin M. A., Karasev M. A., Posphehov G. B., Pomortseva A. A., Kondakova V. N. et al. Comprehensive study of filtration properties of pelletized sandy clay ores and filtration modes in the heap leaching stack. *Journal of Mining Institute*. 2023. Vol. 259. pp. 30–40.
- Gospodarikov A. P., Trofimov A. V., Kirkin A. P. Evaluation of deformation characteristics of brittle rocks beyond the limit of strength in the mode of uniaxial servohydraulic loading. *Journal of Mining Institute*. 2022. Vol. 256. pp. 539–548.
- Galchenko Yu. P., Eremenko V. A. Evolution of secondary stress field during underground mining of thick ore bodies. *Eurasian Mining*. 2021. No. 1. pp. 21–24.
- Ekvist B. V., Barnov N. G. Explosive fragmentation of rock masses with heterogeneous structure. *Gornaya promyshlennost*. 2021. No. 3. pp. 135–138.
- Shabarov A. N., Kuranov A. D. Basic development trends in mining sector in complicating geotechnical conditions. *Gornyi Zhurnal*. 2023. No. 5. pp. 5–10.
- Verkholtantsev A. V., Dyagilev R. A., Shulakov D. Yu., Shkurko A. V. Monitoring of earthquake loads from blasting in the Shakhtau Open Pit Mine. *Journal of Mining Science*. 2019. Vol. 55, No. 2. pp. 229–238.
- Zhukova S. A., Zhuravleva O. G., Onuprienko V. S., Streshnev A. A. Seismic behavior of rock mass in mining rockburst-hazardous deposits in the Khibiny Massif. *GIAB*. 2022. No. 7. pp. 5–17.
- Demenkov P. A., Komolov V. V. Study of influence of the deep pit construction on soil mass in flat and spatial formulation. *GIAB*. 2023. No. 6. pp. 97–110.
- Dashko R. E., Lkhmatikov G. A. Comprehensive safety assessment of radioactive waste disposal in clayey formations (case study of St. Petersburg region). *GIAB*. 2022. No. 10-1. pp. 66–76.
- Tsibaev S. S., Renev A. A., Pozolotin A. S., Mefodiev S. N. Assessment of seismic impacts on stability of openings in underground mines. *GIAB*. 2020. No. 2. pp. 101–111.
- Marinin M. A., Karasev M. A., Posphehov G. B., Pomortseva A. A., Sushkova V. I. Engineering and geological parameters for heap leaching of gold from low-grade sandy clay ores: a feasibility study. *GIAB*. 2023. No. 9. pp. 22–37.
- Kazanin O. I., Ilinets A. A. Ensuring the excavation workings stability when developing excavation sites of flat-lying coal seams by three workings. *Journal of Mining Institute*. 2022. Vol. 253. pp. 41–48.
- Litvinenko V. S., Dvoynikov M. V., Trushko V. L. Elaboration of a conceptual solution for the development of the Arctic shelf from seasonally flooded coastal areas. *International Journal of Mining Science and Technology*. 2022. Vol. 32, Iss. 1. pp. 113–119.
- Kotikov D. A., Shabarov A. N., Tsirel S. V. Connecting seismic event distribution and tectonic structure of rock mass. *Gornyi Zhurnal*. 2020. No. 1. pp. 28–32.
- Galchenko Yu. P., Eremenko V. A., Kosyreva M. A., Vyssotin N. G. Features of secondary stress field formation under anthropogenic change in subsoil during underground mineral mining. *Eurasian Mining*. 2020. No. 1. pp. 9–13.
- Protosenya A. G., Belyakov N. A., Bouslova M. A. Modelling of the stress-strain state of block rock mass of ore deposits during development by caving mining systems. *Journal of Mining Institute*. 2023. Vol. 262. pp. 619–627.
- Han Liang, Li Hongjiang, Liu Dianshu, Ling Tianlong, Li Chen et al. Probability analysis for influence of time-delay error of detonators on superposed seismic wave vibration reduction. *Journal of Vibration and Shock*. 2019. Vol. 38, No. 3. pp. 96–101.
- Vennes I., Mitri H., Chinnsane D. R., Yao M. Large-scale destress blasting for seismicity control in hard rock mines: A case study. *International Journal of Mining Science and Technology*. 2020. Vol. 30, Iss. 2. pp. 141–149.
- Jian-po Liu, Shi-da Xu, Yuan-hui Li, Gang Lei. Analysis of rock mass stability based on mining-induced seismicity: A case study at the Hongtoushan Copper Mine in China. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2019. Vol. 52, No. 1. pp. 265–276.
- Etkin M. B., Azarkovich A. E. *Blasting in Power Generation and Industrial Engineering: Theoretical and Practical Guidance*. Moscow: Izdatelstvo Moskovskogo gosudarstvennogo gornogo universiteta, 2004. 317 p.
- Sidorov D. V., Potapchuk M. I., Sidlyar A. V., Kursakin G. A. Assessment of rock-burst hazard in deep layer mining at Nikolayevskoye Field. *Journal of Mining Institute*. 2019. Vol. 238. pp. 392–398.
- Komatitsch D., Tromp J. A perfectly matched layer absorbing boundary condition for the second-order seismic wave equation. *Geophysical Journal International*. 2003. Vol. 154, Iss. 1. pp. 146–153.
- Love A. E. H. *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*. 4th ed. New York: Dover Publications, 1944. 643 c.
- Grigoryan S. S. To solution of the task of underground explosion in soft soils. *Applied Mathematics and Mechanics*. 1964. Vol. 28(2). pp. 1070–1075.
- Grigoryan S. S. An approximate solution of the problem of the penetration of a body into soil. *Fluid Dynamics*. 1993. Vol. 28, Iss. 4. pp. 444–449.
- Kucukcoban S., Kallivokas L. F. Mixed perfectly-matched-layers for direct transient analysis in 2D elastic heterogeneous media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2011. Vol. 200, No. 1-4. pp. 57–76.
- Sadovsky M. A. *Geophysics and physics of explosion: Selectals*. Moscow: Nauka, 2004. 439 p.
- Ilyushin A. A., Rashidov T. On the action of a seismic wave on underground pipelines. *Izvestiya Akademii nauk Uzbekskoy SSR. Seriya tekhnicheskikh nauk*. 1971. No. 1. pp. 38–42.
- Etkin M. B., Azarkovich A. E. *Blastings in energetic and industrial construction*. Moscow: Izdatelstvo MGGU, 2004. 317 p.
- Vallander S. V. *Lectures on hydroaeromechanics*. Saint-Petersburg: Izdatelstvo SPbGU, 2005. 304 p.
- Novozhilov V. V., Chernykh K. F., Mikhaylovskiy E. I. *Linear theory of thin shells*. Leningrad: Politehnika, 1991. 656 p.
- Novozhilov V. V. *Theory of elasticity*. Leningrad: Sudpromgiz, 1958. 370 p.
- Samarskiy A. A. *The theory of difference schemes*. Moscow: Nauka, 1989. 616 p.
- Godunov S. K. *Equations of mathematical physics*. 2nd revised and enlarged edition. Moscow: Nauka, 1979. 392 p.
- Godunov S. K., Zabrodin A. V., Ivanov M. Ya., Krayko A. N., Prokopov G. P. *Numerical solution of multidimensional problems of gas dynamics*. Moscow: Nauka, 1976. 400 p.
- Sedov L. I. *Continuum mechanics*. 2nd revised and enlarged edition. Moscow: Nauka, 1970. Vol. 2. 568 p.
- Vykhotdsev Ya. N. Visualization of seismic-blast waves exposure to the rock mass surrounding the excavation. *Present-Day Educational Technologies in Natural and Humanitarian Sciences: IV International Conference Proceedings*. Saint-Petersburg: Sankt-Peterburgskiy gorniy universitet, 2017. pp. 300–305.