

УДК 622.732

Н. О. ТИХОНОВ (ЗАО «НПО «РИБС»)**А. П. ГОСПОДАРИКОВ** (Национальный минерально-сырьевой университет «Горный»)

УЧЕТ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ ВНУТРИМЕЛЬНИЧНОЙ ЗАГРУЗКИ ПРИ РАСЧЕТЕ РАЗВИВАЕМОЙ МОЩНОСТИ БАРАБАННЫХ МЕЛЬНИЦ



Н. О. ТИХОНОВ,
зав. сектором



А. П. ГОСПОДАРИКОВ,
проректор,
проф., д-р техн. наук

Ввиду высокой стоимости электроэнергии и значительного ее расхода в процессах измельчения, на стадиях как исследовательских и проектных, так и эксплуатационных работ, необходима методика, позволяющая оценить развиваемую приводами мельниц мощность. В настоящее время применяемые в этих целях расчетные методы получены либо эмпирическим путем, либо выведены в условиях принятия большого числа упрощающих допущений, что ограничивает надежность их практического применения во всем диапазоне эксплуатационных параметров мельниц. В данной работе предложен метод расчета развиваемой мощности, учитывающий движение внутримельничной загрузки в соответствии со скоростным режимом работы мельницы.

Ключевые слова: рудоподготовка, полусамоизмелчение, шаровое измельчение, режим работы мельниц, движение загрузки, расход энергии, потребляемая мощность.

Введение

Вопрос оценки мощности барабанных мельниц постоянно вызывает острый интерес теории и практики и является чрезвычайно важным для всех специалистов, вовлеченных в рудоподготовительную отрасль промышленности. На протяжении практически целого столетия многие отечественные и зарубежные исследователи предлагали различные теоретические и эмпирические модели, позволяющие прогнозировать мощность мельниц, исходя из ее геометрических параметров и принятого режима эксплуатации [1]. Не умаляя важности этих работ, следует отметить ряд затруднений, возникающих при их практическом использовании. Адекватное применение абсолютного большинства эмпирических моделей ограничено узким диапазоном переменных, соответствующих тем условиям эксплуатации, для которых эти модели были разработаны. В рамках теоретического подхода мощность

определялась как энергия, затрачиваемая в единицу времени на создание на венцовой шестерне усилия, уравнивающего момент силы тяжести внутримельничной загрузки.

Интенсивность развития методов математического моделирования технологических процессов определяется мощностными пределами вычислительной техники, поэтому в большинстве ранних теоретических работ рассматривались весьма упрощенные модели положения загрузки во вращающейся мельнице (рис. 1), не отражающие действительную динамику движения последней [2]. Внедрение компьютерных технологий открыло возможность применения эффективных вычислительных методов и к задачам обогащения технологии. Так, Б. К. Мишра и Р. К. Раджамани произвели численную симуляцию движения загрузки лабораторной шаровой мельницы с применением метода дискретных элементов к расчету развиваемой мощности [3–6]. Данная работа является весьма сложной в математическом плане и для практического применения требует интенсивного вычислительного аппарата, что ограничивает ее распространение среди практикующих специалистов.

С. Моррелл разработал модель подобного подхода, основанную на существенно более простых вычислениях для точного прогноза развиваемой мощности барабанных мельниц с достаточно детальным учетом динамики движения внутренней загрузки [7–9]. Прогнозная мощность была сопоставлена с натурными данными, полученными на лабораторных и промышленных мельницах как шарового, так и само- и полусамоизмелчения при мощностях от 6 до 20 тыс. кВт. Погрешность не превышает 5 % [10].

Положение внутримельничной загрузки во вращающемся барабане мельницы

Наблюдаемое в действительности положение внутримельничной загрузки зависит от скоростного режима работы мельницы: каскадного, водопадного или смешанного, который, в свою очередь, определяется числом оборотов барабана и степенью заполнения объема мельницы шарами, рудой и водой [2]. Представленная на рис. 1 упрощенная модель приемлема только для описания низкоскоростного каскадного режима, практически неприменяемого на современных обогащательных фабриках. В настоящее время мельницы в основном эксплуатируются при водопадном либо смешанном режиме, при котором существенная

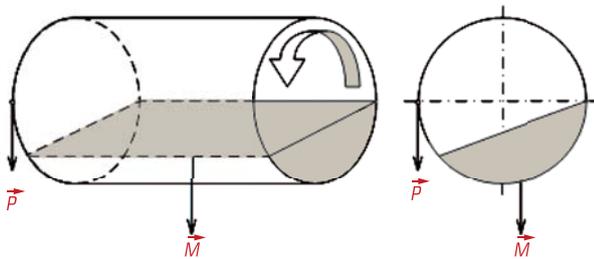


Рис. 1. Традиционная модель положения загрузки во вращающейся мельнице:

M — сила тяжести загрузки; P — усилие, создаваемое главным приводом на венцовой шестерне

часть загрузки не оказывает значительного воздействия на вращение барабана. В таких условиях наиболее адекватной является предложенная С. Морреллом [7] аппроксимация положения внутримельничной загрузки, не учитывающая находящийся в свободном падении материал (рис. 2).

Вариант (а) соответствует оснащенным разгрузочной решеткой и лифтерами мельницам, непрерывная работа которых возможна при сравнительно низком заполнении. Вариант (б) применим к мельницам сливного типа, разгрузка которых может быть реализована лишь переливом пульпы через разгрузочную цапфу при достаточно высоком заполнении. В сечении таких мельниц образуется пульповый бассейн, состоящий преимущественно из тонких рудных частиц и воды. Приблизительно можно считать, что плотность пульпы в бассейне соответствует плотности разгружаемой из мельницы пульпы. Измельчающие тела совместно с крупными частицами принимают положение, аналогичное тому, что имеет место в мельницах с решеткой.

При такой аппроксимации положение активной части внутримельничной загрузки определяется тремя параметрами:

- углом основания $\theta_{осн}$, рад;
- углом отрыва $\theta_{отр}$, рад;
- радиусом внутренней поверхности активной части $r_{вн}$.

Данные параметры зависят от скоростного режима работы мельницы и определяются частотой вращения барабана и степенью его заполнения. По мере увеличения числа оборотов шары и крупные куски руды поднимаются выше, угол отрыва $\theta_{отр}$ возрастает. Падая на основание активной части загрузки, материал «накатывается» на стенку барабана против направления его вращения, не сразу подвергаясь ускоряющему воздействию мельницы. Как результат, при постоянном заполнении угол основания $\theta_{осн}$ практически не изменяется со скоростью вращения барабана.

Для установления зависимости между указанными углами и скоростным режимом работы мельницы проведен ряд опытов, в ходе которых варьировали частоту вращения барабана и степень его заполнения, а также профиль лифтеров футеровочной поверхности [10]. На основе метода линейной регрессии получены следующие эмпирические зависимости:

$$\begin{cases} \theta_{осн} = \pi/2 + 2,5307(1,2796 - \varphi_{общ})[1 - \exp(-19,42(\psi_{ф.ц} - \psi))]; \\ \theta_{отр} = \pi/2 - (\theta_{осн} - \pi/2)[0,3386 + 0,1041\psi + (1,54 - 2,5673\psi)\varphi_{общ}], \end{cases} \quad (1)$$

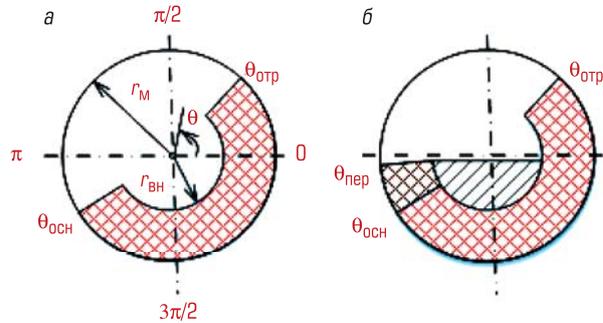


Рис. 2. Аппроксимация положения внутримельничной загрузки для мельниц с решеткой (а) и сливного типа (б)

где $\varphi_{общ}$ — общая доля заполнения объема барабана шарами, рудой и водой; ψ — доля критической частоты ($\psi = n\sqrt{2}r_m/42,3$, где n — частота вращения мельницы, мин⁻¹; r_m — внутренний радиус барабана, м); $\psi_{ф.ц}$ — доля критической частоты, при которой наступает фактическое центрифугирование основной части внутримельничной загрузки:

$$\begin{cases} \psi_{ф.ц} = \psi & \text{при } \psi > 0,35(3,364 - \varphi_{общ}); \\ \psi_{ф.ц} = 0,35(3,364 - \varphi_{общ}) & \text{при } \psi \leq 0,35(3,364 - \varphi_{общ}). \end{cases} \quad (2)$$

Отмечено, что профиль лифтеров футеровочной поверхности оказывает существенное влияние на характер движения внутримельничной загрузки только при сверхкритических скоростях. В обычных условиях работы при $\psi < 0,9$ угол отрыва остается постоянным при различных футеровочных поверхностях, так как лифтеры воздействуют только на тонкий внешний слой активной части загрузки.

Угол перелива вводится лишь для мельниц сливного типа и считается постоянным вне зависимости от скоростного режима работы, а именно: $\theta_{пер} = 3,395$ рад.

Радиус внутренней поверхности активной части внутримельничной загрузки

Радиус внутренней поверхности активной части внутримельничной загрузки вычисляется по доле находящегося в этой части материала:

$$r_{вн} = r_m \sqrt{1 - \frac{2\pi\beta\varphi_{общ}}{2\pi - \theta_{осн} + \theta_{отр}}}. \quad (3)$$

Величина $\beta \cdot \varphi_{общ}$ представляет собой долю общего заполнения объема барабана шарами, рудой и водой, соответствующую находящемуся в активной части материалу. Коэффициент β равен отношению времени, в течение которого материал находится в активной части, к общему времени одного цикла движения внутримельничной загрузки:

$$\beta = t_{под} / (t_{под} + t_{пол}),$$

где $t_{\text{под}}$ — время, в течение которого материал поднимается от угла основания к углу отрыва в границах активной части загрузки; $t_{\text{пол}}$ — время свободного полета материала от угла отрыва к углу основания.

Для вычисления $t_{\text{под}}$ и $t_{\text{пол}}$ могут быть использованы следующие выражения:

$$\begin{cases} t_{\text{под}} \cong (2\pi - \theta_{\text{осн}} + \theta_{\text{отр}}) / \pi N_M \\ t_{\text{пол}} \cong \sqrt{r_M [1 + \sqrt{1 - 2\pi\varphi_{\text{общ}} / (2\pi - \theta_{\text{осн}} + \theta_{\text{отр}})}] (\sin\theta_{\text{отр}} - \sin\theta_{\text{осн}}) / g} \end{cases}, \quad (4)$$

где N_M — число оборотов мельницы, с^{-1} ; $g = 9,814 \text{ м/с}^2$.

Зависимость скорости восходящего движения материала от его положения в активной части внутримельничной загрузки

При рассмотрении поперечного сечения мельницы скорость восходящего движения материала от угла основания к углу отрыва зависит от его радиальной позиции r (рис. 3). Материал, находящийся во внешних слоях, всегда движется быстрее, чем материал, перекатывающийся вблизи оси вращения барабана.

Предположим, что в границах активной части внутримельничной загрузки не происходит перемешивания слоев: в период восхождения от угла основания к углу отрыва материал постоянно остается на одинаковом расстоянии r от оси вращения барабана. опыты показали, что при принятии указанного допущения между частотой вращения N_r (на радиальной позиции r) и N_M (на внутренней поверхности мельницы) справедлива следующая корреляционная зависимость

$$N_r = N_M \frac{r_M(r - z r_{\text{вн}})}{r(r_M - z r_{\text{вн}})}, \quad (5)$$

где N_r — число оборотов слоя внутримельничной загрузки, с^{-1} ; z — эмпирический коэффициент, равный

$$z = (1 - \varphi_{\text{общ}})^{0,4532}. \quad (6)$$

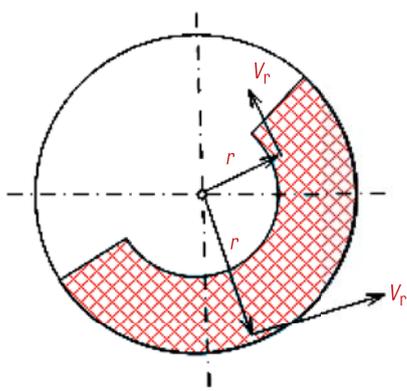


Рис. 3. Тангенциальная скорость восходящего движения материала V_r на различных радиальных позициях r

Тангенциальная скорость материала V_r на радиальной позиции r может быть определена по формуле

$$V_r = 2\pi r N_r. \quad (7)$$

Мощность, развиваемая в цилиндрической части мельницы

В дальнейшем считаем, что мощность, развиваемая главным приводом мельницы, расходуется на реализацию следующих процессов энергопотребления:

- поддержание движения внутримельничной загрузки внутри цилиндрической части мельницы;
- поддержание движения внутримельничной загрузки внутри конических торцовых крышек;
- различного рода потерь энергии в приводной системе.

Мощность, необходимая для поддержания движения внутримельничной загрузки, определяется как сумма кинетической и потенциальной энергии, приобретаемой материалом в единицу времени.

Мощность, развиваемая цилиндрической частью мельницы, равна

$$P_{\text{цил}} = L \rho_{\text{в.з}} \int_{r_{\text{вн}}}^{r_M} \int_{\theta_{\text{осн}}}^{\theta_{\text{отр}}} [V_r(r g \cos\theta + V_r^2)] d\theta dr, \quad (8)$$

где L — длина цилиндрической части мельницы, м ; $\rho_{\text{в.з}}$ — плотность внутримельничной загрузки с учетом руды, воды и шаров.

Преобразуем формулу (8) в более удобную форму для прикладных вычислений. На рис. 4 представлено сечение активной части внутримельничной загрузки ABCD, площадью $L \cdot dr$. Объемный поток материала через сечение ABCD равен $V_r L dr$, массовый поток — $\rho_{\text{в.з}} V_r L dr$.

Потенциальная энергия, приобретаемая материалом при его восходящем движении от угла основания к углу отрыва, равна

$$E_n = \rho_{\text{в.з}} V_r L \Delta r g h, \quad (9)$$

где $h = r(\sin\theta_{\text{отр}} - \sin\theta_{\text{осн}})$.

С учетом формулы (7) имеем

$$E_n(r) = 2\pi N_r^2 \rho_{\text{в.з}} L g (\sin\theta_{\text{отр}} - \sin\theta_{\text{осн}}) \Delta r. \quad (10)$$

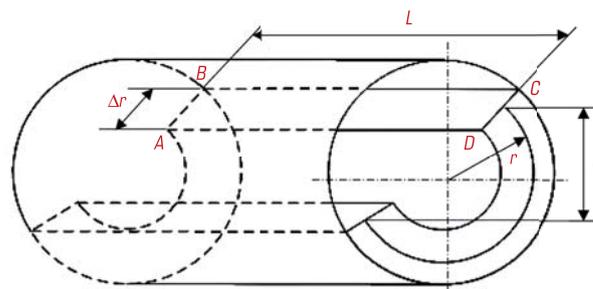


Рис. 4. Схематическое изображение цилиндрической части барабана

Кинетическая энергия определяется по формуле

$$E_k = (\rho_{в.з} V_r L \Delta r V_r^2) / 2 = (V_r^3 \rho_{в.з} L \Delta r) / 2. \quad (11)$$

Суммарная кинетическая и потенциальная энергия, приобретаемая материалом в слое на радиусе r , равна

$$E_n(r) + E_k(r) = 2\pi N_r^2 \rho_{в.з} L g (\sin\theta_{отр} - \sin\theta_{осч}) \Delta r + 4\pi^3 N_r^3 \rho_{в.з} L \Delta r,$$

или с учетом формулы (5)

$$E_n(r) + E_k(r) = \frac{2\pi N_M r_M \rho_{в.з} L g (\sin\theta_{отр} - \sin\theta_{осч})}{(r_M - z r_{вн})} [r(r - z r_{вн})] \Delta r + \frac{4\pi^3 N_M^3 r_M^3 \rho_{в.з} L}{(r_M - z r_{вн})^3} (r_M - z r_{вн})^3 \Delta r. \quad (12)$$

Общая суммарная кинетическая и потенциальная энергия, приобретаемая внутримельничной загрузкой в единицу времени при ее движении во вращающейся мельнице, находится интегрированием выражения (12) по r от радиуса внутренней поверхности активной части $r_{вн}$ до внутреннего радиуса барабана r_M и определяет мощность, развиваемую цилиндрической частью мельницы,

$$P_{цпл} = \int_{r_{вн}}^{r_M} [E_n(r) + E_k(r)] dr = \frac{\pi g L \rho_{в.з} N_M r_M}{3(r_M - z r_{вн})} (\sin\theta_{отр} - \sin\theta_{осч}) (2r_M^3 - 3z r_M^2 r_{вн} + (3z - 2)r_{вн}^3) + \rho_{в.з} L \left(\frac{\pi N_M r_M}{r_M - z r_{вн}} \right)^3 [(r_M - z r_{вн})^4 - (z - 1)4r_{вн}^4]. \quad (13)$$

Формула (13) получена для аппроксимации положения внутримельничной загрузки, соответствующей оснащенной разгрузочной решеткой мельнице (см. рис. 2, а). При рассмотрении мельницы сливного типа дополнительно необходимо учесть воздействие пульпового бассейна. Известно, что мощность, развиваемая мельницей сливного типа, всегда несколько меньше, чем развиваемая соразмерной мельницей с решеткой, работающей в аналогичном режиме. Причина — выталкивающая архимедова сила, действующая на падающий материал в неуравновешенной части пульпового бассейна между углами перелива и основания (см. рис. 2, б, заштрихованная зона). Данная сила снижает приобретаемую активной частью внутримельничной загрузки потенциальную энергию и учитывается следующим образом:

$$P_{цпл} = \frac{\pi g L N_M r_M}{3(r_M - z r_{вн})} [\rho_{в.з} (\sin\theta_{отр} - \sin\theta_{осч}) + \rho_n (\sin\theta_{отр} - \sin\theta_{пер})] \times (2r_M^3 - 3z r_M^2 r_{вн} + (3z - 2)r_{вн}^3) + \rho_{в.з} L \left(\frac{\pi N_M r_M}{r_M - z r_{вн}} \right)^3 [(r_M - z r_{вн})^4 - (z - 1)4r_{вн}^4], \quad (14)$$

где ρ_n — плотность пульпы в бассейне (принимается равной плотности пульпы, разгружаемой из мельницы).

Формула (14) справедлива для мельниц как сливного типа, так и для оснащенных разгрузочной решеткой. В первом случае угол перелива равен $\theta_{пер} = 3,395$ рад, во втором — $\theta_{пер} = \theta_{осч}$ и формула (14) сводится к (13).

Мощность, развиваемая в конических торцовых крышках

Конструкции большинства мельниц таковы, что не вся внутримельничная загрузка сосредоточена в цилиндрической части барабана, а некоторая ее доля распределяется по коническим торцовым крышкам. Приблизительно можно считать, что движение материала внутри крышек аналогично тому, что имеет место в цилиндре, причем параметры положения активной части внутримельничной загрузки ($\theta_{осч}$, $\theta_{отр}$, $r_{вн}$) принимают те же значения.

Пренебрегая смешиванием слоев разных радиусов, бесконечно узкое поперечного сечения конической крышки шириной $dl_{кон}$ рассматривается как цилиндр, и с учетом формулы (12) суммарная кинетическая и потенциальная энергия, приобретаемая материалом при движении в этом цилиндре, равна

$$E_n + E_k = dl_{кон} \int_{r_{вн}}^{r_{кон}} (2\pi N_M r^2 \rho_{в.з} g (\sin\theta_{отр} - \sin\theta_{осч}) + 4\pi^3 N_M^3 r^3 \rho_{в.з}) dr. \quad (15)$$

Из формул (12) и (15) следует, что при рассмотрении конических крышек вместо N_r стоит N_M , т. е. все слои загрузки вращаются с одинаковой, независимой от радиальной позиции частотой, равной частоте вращения мельницы. Такое допущение соответствует оказываемому торцовыми лифтерами эффекту и значительно упрощает дальнейшие расчеты.

Мощность, развиваемая в обеих торцовых крышках, определяется интегрированием формулы (15) по переменной $L_{кон}$ от 0 до $L_{вн}$ (рис. 5):

$$P_{кон} = 2 \int_0^{L_{вн}} \int_{r_{вн}}^{r_{кон}} (2\pi N_M r^2 \rho_{в.з} g (\sin\theta_{отр} - \sin\theta_{осч}) + 4\pi^3 N_M^3 r^3 \rho_{в.з}) dr dl_{кон}. \quad (16)$$

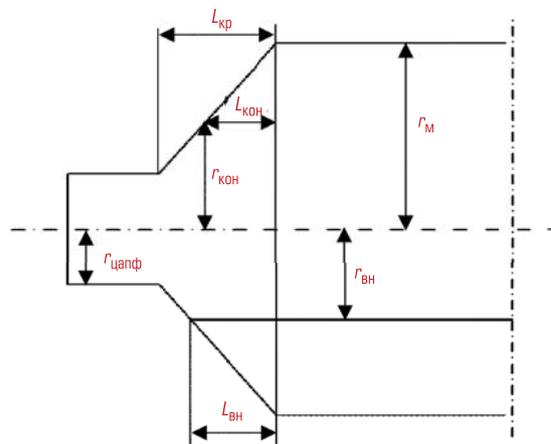


Рис. 5. Схематическое изображение конической торцовой крышки

Используя замену переменной,

$$L_{\text{кон}} = L_{\text{кр}} \frac{r_{\text{м}} - r_{\text{кон}}}{r_{\text{м}} - r_{\text{цапф}}}; \quad dL_{\text{кон}} = \frac{-L_{\text{кр}}}{r_{\text{м}} - r_{\text{цапф}}} dr_{\text{кон}},$$

окончательно получаем формулу для развиваемой коническими крышками мощности

$$P_{\text{кон}} = 2(L_{\text{кр}} / r_{\text{м}} - r_{\text{цапф}}) [1/6 \pi N_{\text{м}} \rho_{\text{в.з}} g (\sin \theta_{\text{отр}} - \sin \theta_{\text{осн}}) (r_{\text{м}}^4 - 4r_{\text{м}} r_{\text{вн}}^3 + 3r_{\text{л}}^4) + 1/5 \pi^3 N_{\text{м}}^3 \rho_{\text{в.з}} (r_{\text{м}}^5 - 5r_{\text{м}} r_{\text{вн}}^4 + 4r_{\text{л}}^5)]. \quad (17)$$

Возможен также следующий упрощенный вид формулы (17):

$$P_{\text{кон}} = \rho_{\text{в.з}} \int_0^{L_{\text{вн}}} \int_{r_{\text{вн}}}^{r_{\text{м}}} \int_{\theta_{\text{осн}}}^{\theta_{\text{отр}}} [V_r (r g \cos \theta + V_r^2)] d\theta dr dL_{\text{кон}}. \quad (18)$$

Формула (17) соответствует мельницам, оснащенным разгрузочными решетками, и неприменима для мельниц сливного типа. По аналогии с использованным для цилиндрической части барабана подходом получим обобщенное выражение для мельниц обоих типов:

$$P_{\text{кон}} = \left[\frac{L_{\text{кр}} \pi N_{\text{м}} g}{3(r_{\text{м}} - r_{\text{цапф}})} [\rho_{\text{в.з}} (\sin \theta_{\text{отр}} - \sin \theta_{\text{осн}}) + \rho_{\text{п}} (\sin \theta_{\text{отр}} - \sin \theta_{\text{пер}})] \times \right. \\ \left. \times (r_{\text{м}}^4 - 4r_{\text{м}} r_{\text{вн}}^3 + 3r_{\text{л}}^4) + \frac{2L_{\text{кр}} \pi^3 N_{\text{м}}^3 \rho_{\text{в.з}}}{5(r_{\text{м}} - r_{\text{цапф}})} (r_{\text{м}}^5 - 5r_{\text{м}} r_{\text{вн}}^4 + 4r_{\text{л}}^5) \right]. \quad (19)$$

Плотность внутримельничной загрузки и пульсового бассейна

Как отмечалось выше, часть развиваемой главным приводом мощности расходуется на поддержание движения внутримельничной загрузки внутри цилиндра барабана и конических торцовых крышек. Оценка этих составляющих общей потребляемой мощности производится по формулам (14) и (19) соответственно. Для практического применения необходимо задать следующие параметры этих формул:

- конструктивные параметры мельницы (геометрические размеры);
- параметры, определяющие скоростной режим работы (число оборотов барабана и степень его заполнения шарами, рудой и водой);
- плотность внутримельничной загрузки и пульсового бассейна.

Расчет плотности внутримельничной загрузки описан во многих литературных источниках [1, 2, 10], однако для полноты изложения приведем формулу вида

$$\rho_{\text{вз}} = \frac{1}{\varphi_{\text{общ}}} [\varphi_{\text{общ}} \rho_{\text{р}} (1 - A + ABC) + \varphi_{\text{шар}} (\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{р}}) (1 - E) + \varphi_{\text{общ}} AC(1 - B)], \quad (20)$$

где $\rho_{\text{р}}$ — плотность руды; $\rho_{\text{шар}}$ — плотность шаров; A — доля пустот внутримельничной загрузки; B — объемное содержание твердого в разгружаемой пульпе; C — доля пустот, заполненных

пульпой. При отсутствии точных данных $A = 0,4$ и $C = 1$. Параметр B вычисляется по массовому содержанию твердого (%тв/100) в разгружаемой из мельницы пульпе:

$$B = \frac{(\%тв/100) \rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{р}}}. \quad (21)$$

Плотность пульсового бассейна принимается равной плотности разгружаемой из мельницы пульпы:

$$\rho_{\text{п}} = \frac{\rho_{\text{р}}}{\rho_{\text{р}} - (\%тв/100)(\rho_{\text{р}} - 1)}. \quad (22)$$

Мощность, потребляемая при холостом ходе мельницы

Полезная мощность, развиваемая главным приводом вследствие поддержания им движения внутримельничной загрузки, не может быть замерена непосредственно. На любом действующем производстве замеренная мощность включает и различного рода потери энергии в приводной системе. Основные потери приходятся на КПД электродвигателя, редуктора и опорных подшипников мельницы. Точное определение этих потерь является весьма сложной задачей ввиду их корреляции с режимом эксплуатации мельницы. Как известно, при расчетах этим обстоятельством пренебрегают и для количественного учета потерь вводят ряд постоянных коэффициентов, характеризующих средний КПД приводной системы [2].

В рамках рассматриваемой модели для учета энергетических потерь предлагается использовать мощность холостого хода мельницы без загрузки. Данная мощность может быть измерена либо при пуске новой мельницы, либо во время ремонтных работ. Путем анализа производственных данных по мельницам различных типоразмеров для оценки мощности холостого хода $P_{\text{х.х}}$ была получена следующая эмпирическая формула [10]:

$$P_{\text{х.х}} = 1,68 [4r_{\text{л}}^{2,5} \psi(0,667L_{\text{кр}} + L)]^{0,82}. \quad (23)$$

Общая мощность, развиваемая главным приводом мельницы

Формулы (14), (19) и (23) дают возможность оценить расход мощности на основные процессы энергопотребления, протекающие в работающей мельнице, а далее определяется и общая развиваемая главным приводом мощность:

$$P_{\text{общ}} = P_{\text{х.х}} + k(P_{\text{цпл}} + P_{\text{кон}}). \quad (24)$$

Величина $P_{\text{общ}}$ соответствует той мощности, которая может быть непосредственно замерена на входе привода.

Выражение $k(P_{\text{цпл}} + P_{\text{кон}})$ определяет общую теоретическую мощность, расходуемую на поддержание движения внутримельничной загрузки. Коэффициент k вводится в связи с тем, что при выводе формул для $P_{\text{цпл}}$ и $P_{\text{кон}}$ было принято допущение, в соот-

ветствии с которым в период восходящего движения от угла основания к углу отрыва материал в рамках активной части загрузки постоянно находится на одинаковом расстоянии от оси вращения мельницы, т. е. не происходит смешивания слоев загрузки. В действительности дополнительная энергия расходуется на трение между слоями, нагрев загрузки и шум. Считаем, что коэффициент k учитывает всю дополнительную мощность, «потерянную» в связи с принятием различных допущений, связанных, в том числе, и с формой активной части внутримельничной загрузки. Коэффициент k позволяет адаптировать рассмотренную модель к любым конкретным производственным данным.

Для количественной оценки коэффициента k прогнозная мощность $P_{\text{общ}}$ была сопоставлена с натурными данными, полученными на лабораторных и промышленных мельницах как шарового, так и само- полусамоизмельчения при мощностях от 6 до 20 тыс. кВт [10]. При $k = 1,26$ среднеквадратичное отклонение прогнозной мощности не превышает 5 %.

Пример

Рассмотрим расчет развиваемой мощности для шаровой мельницы сливного типа МШЦ-4500×6000. Исходные данные представлены в **таблице**.

Исходные данные для расчета развиваемой мощности привода мельницы

Параметр	Значение
<i>Геометрические параметры мельницы</i>	
Внутренний диаметр $2r_m$, м	4,26
Длина цилиндрической части L , м	6
Длина конической крышки $L_{кр}$, м	0,66
Диаметр цапфы $2r_{цапф}$, м	1
<i>Параметры режима работы</i>	
Критическое число оборотов ψ , доли ед.	0,75
Число оборотов барабана $60 N_m$, мин ⁻¹	15,37
Плотность руды ρ_r , т/м ³	3,1
Плотность шаров $\rho_{шар}$, т/м ³	7,8
Содержание твердого в разгрузке, % (мас.)	75
Содержание твердого в разгрузке B (по формуле (21)), % (об.)	49,18
Общая доля заполнения объема барабана шарами, рудой и водой $\varphi_{\text{общ}}$, %	42
Доля заполнения объема барабана шарами $\varphi_{\text{шар}}$, %	42
Плотность разгружаемой из мельницы пульпы ρ_n , (по формуле (22)), т/м ³	2,03

Порядок применения описанной модели следующий.

- По формуле (20) находим плотность внутримельничной загрузки. Принимаем $A = 0,4$ и $C = 1$, получаем $\rho_{в,з} = 5,493$ т/м³.
- Исходя из формулы (2), $\psi_{ф.ц} = 1,0304$.
- Находим углы основания и отрыва: $\theta_{\text{осн}} = 3,7368$ и $\theta_{\text{отр}} =$

$= 1,019$. Для мельницы сливного типа угол перелива $\theta_{\text{пер}} = 3,395$ (для МШР и МСС $\theta_{\text{пер}} = \theta_{\text{осн}}$).

4. Определяем радиус внутренней поверхности активной части загрузки. Из исходных данных $N_m = 0,2562$ с⁻¹. Из формулы (4) $t_{\text{под}} = 4,4$ с и $t_{\text{пол}} = 0,68$ с; $\beta = 0,867$. По формуле (3) получаем $r_{\text{вн}} = 1,275$ м.

5. По формуле (6) $z = 0,7812$.

6. Мощность, расходуемая на поддержание движения внутримельничной загрузки в цилиндрической части барабана, определяется по формуле (14) — $P_{\text{цил}} = 1558$ кВт.

7. Мощность, расходуемая на поддержание движения внутримельничной загрузки в конических торцовых крышках, определяется по формуле (19) — $P_{\text{кон}} = 90$ кВт.

8. По формуле (23) находим мощность холостого хода — $P_{\text{х.х}} = 119$ кВт.

9. Общая мощность, потребляемая электродвигателем, определяется по формуле (24) при $k = 1,26$ $P_{\text{общ}} = 2196$ кВт.

Библиографический список

- Справочник по обогащению руд / гл. ред. О. С. Богданов. — М.: Недра, 1972. Т. I. Подготовительные процессы / отв. ред. В. А. Олевский. С. 335–340.
- Андреев Е. Е., Тихонов О. Н. Дробление, измельчение и подготовка сырья к обогащению: учебник. — СПб.: СПГИИ (ТУ), 2007. С. 90–91, 96–99.
- Mishra B. K., Rajamani R. K. Numerical simulation of charge motion in a ball mill. Preprint of the 7th Euro Symp of Comminution, 1990. P. 555–563.
- Mishra B. K., Rajamani R. K. Analysis of media motion in industrial mills. Comminution: Theory and Practice, Ed: Kawatra, 1992. P. 427–440.
- Mishra B. K., Rajamani R. K. Simulation of charge motion in a ball mill. Part 1: experimental verifications. Int. J. of Min. Proc., 40, 1994. P. 171–186.
- Mishra B. K., Rajamani R. K. Simulation of charge motion in a ball mill. Part 2: numerical simulation. Int. J. of Min. Proc., 40, 1994. P. 187–197.
- Morrell S. Grinding mills: how to accurately predict their power draw. Proceedings: XXII International Mineral Processing Congress, 2003. P. 50–59.
- Morrell S. Power draw of wet tumbling mills and its relationship to charge dynamics — Part 1: a continuum approach to mathematical modelling of mill power draw. Trans Inst Min Metall, Section C, Vol. 105, 1996. P. 43–53.
- Morrell S. Power draw of wet tumbling mills and its relationship to charge dynamics. — Part 2: An empirical approach to modelling of mill power draw. Trans. Inst. Min. Metall, Section C, Vol 105, 1996. P. 54–62.
- Napier-Munn T. J., Morrell S., Morrison R. D., Kojovic T. Mineral comminution circuits: their operation and optimization. — Australia, Brisbane, JKMRС, 2005. P. 251–272. **ГЖ**

Тихонов Николай Олегович,

e-mail: rivs@rivs.ru

Господариков Александр Петрович,

e-mail: gospodarikov@mail.ru

"GORNYI ZHURNAL"/"MINING JOURNAL", 2014, № 11, pp. 11–17

Title	Accounting of dynamics of inter-mill charging movement in the time of calculation of power output of tumbling mills
Author 1	Name & Surname: Tikhonov N. O.
	Company: RIVS Science and Production Association (Saint-Petersburg, Russia)
	Work Position: Head of subdivision
	Contacts: e-mail: rivs@rivs.ru
Author 2	Name & Surname: Gospodarikov A. P.
	Company: National Mineral Resources University (University of Mines) (Saint-Petersburg, Russia)
	Work Position: Vice-Principal, Professor
	Scientific Degree: Doctor of Engineering Sciences
Abstract	<p>The article presents mathematical framework of a method used by RIVS to forecast energy input of various-type drum mills (ball mills, autogenous and semi-autogenous grinding mills). The basics of the described method were developed by S. Morrel, an Australian expert in mineral material milling, and have not been published previously in Russia. The RIVS experts have compared the new method and a few commonly used techniques and matched the forecasting values against the factual capacities of the on-site mills. As a consequence, it is concluded that the method described in this article yields the most accurate outcome due to the detailed accounting of ball charge motion.</p> <p>The Introduction gives a description of the proposed approximation of ball charge position in a rotating drum and its dependence on the mill velocity. In what follows, the mathematical apparatus used for the forecasting calculation of capacities of the drum shell and cone is presented. The mathematical procedure is based on the calculation of the overall potential and kinetic energy of the ball charge during its motion inside the rotating mill. The concluding section of the article offers empirical formulas to calculate idling and aggregate capacity of the mill main drive.</p>
Keywords	Ore pre-processing, semi-autogenous grinding, ball grinding, mill operating condition, ball charge motion, energy consumption, energy input.
References	<ol style="list-style-type: none"> 1. Spravochnik po obogashcheniyu rud. Tom I. Podgotovitelnye protsessy (Ore concentration reference book. Volume 1. Preparation processes). Responsible editor: V. A. Olevskiy. Moscow : Nedra, 1972. pp. 335–340. 2. Andreev E. E., Tikhonov O. N. Droblenie, izmelchenie i podgotovka syr'ya k obogashcheniyu : uchebnik (Grinding, crushing and preparation of raw materials to concentration : reference book). Saint Petersburg : Saint Petersburg State Mining Institute (Technical University), 2007. pp. 90–91, 96–99. 3. Mishra B. K., Rajamani R. K. Numerical simulation of charge motion in a ball mill. Preprint of the 7th European Symposium of Comminution. 1990. pp. 555–563. 4. Mishra B. K., Rajamani R. K. Analysis of media motion in industrial mills. Comminution: Theory and Practice. Editor: Kawatra. 1992. pp. 427–440. 5. Mishra B. K., Rajamani R. K. Simulation of charge motion in a ball mill. Part 1: experimental verifications. International Journal of Mineral Processing, 40. 1994. pp. 171–186. 6. Mishra B. K., Rajamani R. K. Simulation of charge motion in a ball mill. Part 2: numerical simulation. International Journal of Mineral Processing, 40. 1994. pp. 187–197. 7. Morrell S. Grinding mills: how to accurately predict their power draw. Proceedings: XXII International Mineral Processing Congress. 2003. pp. 50–59. 8. Morrell S. Power draw of wet tumbling mills and its relationship to charge dynamics. Part 1: a continuum approach to mathematical modeling of mill power draw. Transactions of The Institution of Mining and Metallurgy, Section C. 1996. Vol 105. pp. 43–53. 9. Morrell S. Power draw of wet tumbling mills and its relationship to charge dynamics. Part 2: an empirical approach to modeling of mill power draw. Transactions of The Institution of Mining and Metallurgy, Section C. 1996. Vol 105. pp. 54–62. 10. Napier-Munn T. J., Morrell S., Morrison R. D., Kojovic T. Mineral comminution circuits: their operation and optimization. Australia, Brisbane, JK-MRC, 2005. pp. 251–272.