

УДК 681.5:622.7

ПОВЫШЕНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ ЭКСПРЕССНОГО АНАЛИТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ ГОРНО-ОБОГАТИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

А. В. БОНДАРЕНКО¹, руководитель Аналитического центра,
канд. техн. наук, A_Bondarenko@rivs.ru

Н. И. КАРАМЫШЕВ¹, руководитель сектора программирования
Аналитического центра

Я. М. КАЦМАН¹, старший научный сотрудник Аналитического центра,
канд. техн. наук

¹ ЗАО НПО «РИВС», Санкт-Петербург, Россия

Введение

На современных горно-обогатительных фабриках неотъемлемым элементом являются автоматизированные системы аналитического контроля (АСАК), без которых невозможны ни эффективное управление технологическим процессом, ни составление адекватного технологического баланса металлов, который отражает степень налаженности технологического процесса. Так, если достоверность такого баланса невелика, то возможны значительные материальные потери.

В связи с этим решающее значение для улучшения показателей, характеризующих качество технологического процесса, приобретает повышение достоверности экспрессного аналитического контроля. Эта цель в числе прочих преследовалась при разработке Аналитическим центром НПО «РИВС» фирменной АСАК-РИВС.

Оценка достоверности аналитического контроля горно-обогатительных процессов

Достоверность оперативного элементного анализа является важнейшим показателем его качества, характеризующим доверие к полученным результатам. На достоверность анализа влияет, с одной стороны, то, насколько представительными являются пробы продуктов, отбираемые и подготавливаемые для различных испытаний автоматической системой опробования пульповых продуктов (АСОПП), входящей в состав АСАК. С другой стороны, достоверность непосредственно элементного анализа количественно оценивается той погрешностью, с которой представительные пробы измеряются аналитическим комплексом (АК), входящим также в состав АСАК. Проблемы, связанные с представительностью отбираемых на испытания проб, исключительно важны с точки зрения их решения при оценке достоверности аналитического контроля [1], но они выходят за рамки настоящей статьи. Здесь же авторы остановятся на подходах, позволяющих повысить достоверность аналитического контроля за счет снижения общей погрешности в работе АК.

Ядром АК являются один или несколько рентгенофлуоресцентных (РФ) спектрометров, выполняющих элементный анализ проб, отбираемых в различных точках технологического процесса и доставляемых на измерение. РФ-анализ основан на регистрации и последующем анализе спектра флуоресцентного и рассеянного рентгеновского излучения, полученного путем воздействия на исследуемую пробу потока первичных рентгеновских квантов. По значению энергии заре-

Рассмотрена достоверность экспрессного аналитического контроля горно-обогатительных процессов и выделены влияющие на нее факторы. Основное внимание уделено способам, позволяющим повысить достоверность результатов оперативного элементного анализа, и реализации этих способов в методико-математическом и программном обеспечении разрабатываемых в НПО «РИВС» автоматических систем аналитического контроля.

Ключевые слова: аналитический контроль, рентгенофлуоресцентный анализ, спектр, учет фона, деконволюция, интенсивность флуоресценции и рассеянного излучения, аналитические линии, градуировочные уравнения.

DOI: dx.doi.org/10.17580/gzh.2016.11.15

гистрированных пиков, имеющей строго определенные значения для каждого химического элемента, а также по величине интенсивности флуоресцентного (характеристического) излучения можно судить о присутствии в пробе того или иного химического элемента и количественно оценить его массовую долю (содержание).

Переход от измеренного спектра к содержанию элементов реализуется с помощью методико-математического и программного обеспечения АК и предусматривает решение ряда задач, каждая из которых вносит свою составляющую в итоговую погрешность анализа.

Прежде всего каждый спектр подлежит обработке с целью корректного выделения пиков флуоресцентного излучения определяемых элементов — аналитических линий. Затем в силу аппаратного дрейфа выделенные интенсивности подвергают корректировке с использованием двух реперных образцов. Пересчет полученных таким образом интенсивностей в содержания элементов в ходе оперативного аналитического контроля выполняют в соответствии с градуировочными уравнениями (ГУ), вид которых, включая значения градуировочных коэффициентов (ГК), определяется заранее в ходе градуировки с использованием интенсивностей флуоресценции и рассеянного излучения, полученных при измерении проб с известным химическим составом.

Рассмотрим каждую из задач, уделяя внимание способам, позволяющим снижать общую погрешность элементного анализа и, как следствие, повышать его достоверность.

Прежде всего возникает задача корректного определения интенсивностей аналитических линий, что связано с математической обработкой спектра флуоресцентного и рассеянного излучения. Типичный вид спектра, полученного при энергодисперсионном РФ-анализе с помощью многоканального анализатора импульсов, представлен на **рис. 1**.

Ярко выраженные пики, соответствующие характеристическому излучению, располагаются на «основании» — фоновом излучении, которое в ряде случаев не только сопоставимо с интересующими нас

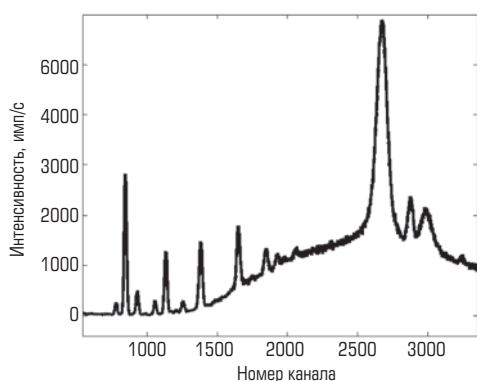


Рис. 1. Характерный вид спектра при низком содержании определяемых элементов

интенсивностями элементов, но и может существенно превышать их. Природа фона крайне разнообразна, однако в данном случае нет необходимости различать ее источники. Иначе говоря, под фоном будем понимать все, что не связано с характеристическим излучением. Для его определения, представляющего одну из самых важных задач при обработке сигнала, имеется множество алгоритмов, каждый из которых применим в конкретных условиях, определяемых и материалом анода рентгеновской трубки, и химическим составом исследуемого образца, и концентрацией определяемых элементов. Большинство описанных в литературе методов учета фона сводится либо к последовательному «срезанию» пиков, либо соединению точек минимумов с использованием различных способов сглаживания кривых, либо поиску отдельных пиков и их аппроксимации к нормальным распределениям [2–5]. В первых двух случаях во многих алгоритмах число необходимых итераций предлагается определять визуально, что в случае автоматической системы невозможно. В связи с этим авторами реализовано несколько алгоритмов учета фона, не требующих участия пользователя-аналитика.

1. *Использование модельного спектра.* Если интересует элемент, энергия аналитической линии которого близка к энергии характеристического излучения материала анода рентгеновской трубки, например определение Mo при Rh-, Pd- или Ag-аноде, тогда из измеренного спектра вычитается масштабированный на него спектр, полученный на специально подготовленном модельном образце.

2. *Аппроксимация на основе части спектра вне аналитических линий.* В этом алгоритме первоначально удаляются точки спектра, лежащие внутри возможных характеристических линий, фон описывается оставшейся частью спектра и аппроксимацией недостающей части полиномиальной или линейной зависимостью.

3. *Удаление пиков выделением части, описываемой нормальным распределением.* В этом случае решаются локальные задачи аппроксимации части спектра нормальным распределением на линейном фоне методом наименьших квадратов (МНК).

4. *Учет фона при наложении аналитических линий.* Рассматривается задача одновременного определения фонового излучения и интенсивности аналитических линий. При этом решается переопределенная система уравнений с описанием фона кусочно-линейной функцией, а характеристических линий — нормальным распределением.

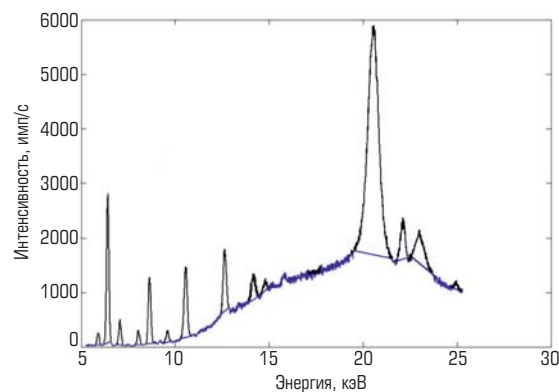


Рис. 2. Пример выделения фона

Пример выделения фона по алгоритму 2 (синяя линия) показан на **рис. 2**.

Остановимся подробнее на рассмотрении ситуации с наложением характеристических линий. На **рис. 3** пунктирной линией показана часть спектра, визуально воспринимаемая как одиночный пик. Однако есть признаки, свидетельствующие, что в действительности это сумма нескольких характеристических линий, так как энергия максимума не соответствует какой-либо характеристической линии, и пик не описывается нормальным (гауссовым) распределением, а любое значимое искажение пика относительно гауссова распределения указывает на наложение двух или более линий. Дальнейший анализ показывает, что это сумма двух характеристических линий MnK_{α} (5,895 кэВ) и CrK_{β} (5,947 кэВ), разделить которые можно только соответствующей математической процедурой — деконволюцией спектра [6].

Задача деконволюции спектра сводится к решению дискретного аналога уравнения Фредгольма I рода в свертках (1) [7] и представляет собой систему n -уравнений (n — число каналов), смысл каждого из которых состоит в том, что измеренный суммарный сигнал u_k (сумма импульсов) в каждом k -м канале равен сумме вкладов каждой из m -характеристических линий, причем этот вклад определяется их положением относительно данного канала (разностью координат) и неизвестным параметром — амплитудой z_i :

$$\sum_{i=1}^m K(\mu_i - \mu_k^*) z_i + F_k = u_k, \quad (1)$$

где μ_i — координата центроида i -й характеристической линии (математическое ожидание); μ_k^* — координата энергетической шкалы, соответствующая k -му каналу; F_k — фоновое излучение в k -м канале; K — функция, описывающая одиночный пик нормальным распределением:

$$K(\mu_i - \mu_k^*) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} e^{-(\mu_i - \mu_k^*)^2 / 2\sigma_i^2}. \quad (2)$$

Значение центроида μ_i — энергия характеристической линии, среднеквадратическое отклонение σ_i — свойство аппаратуры, постоянная для данной точки энергетической шкалы величина. В итоге имеем переопределенную систему алгебраических уравнений относительно неизвестных z_i и параметров, описывающих фоновое излу-

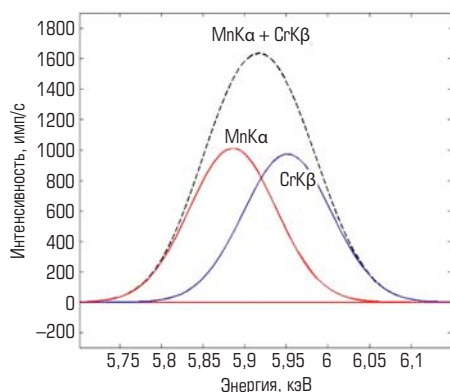


Рис. 3. Деконволюция спектра при наложении характеристических линий

чение (если оно не было исключено ранее одним из упомянутых способов).

Система (1) решается методом наименьших квадратов, но, поскольку характеристических линий с отрицательными пиками физически существовать не может, необходимо решать эту задачу с ограничениями — использовать один из алгоритмов неотрицательного МНК. Вместе с тем необходимо учитывать еще одно обстоятельство, которое, с одной стороны, математически усложняет задачу, а с другой — способствует повышению достоверности получаемых результатов. Относительные интенсивности характеристических линий K-серии связаны линейной зависимостью, имеющей как теоретическое обоснование, так и экспериментальное подтверждение. Первоначально предполагалось, что соотношение $K_{\alpha 1}/K_{\alpha 2}/K_{\beta}$ для всех химических элементов примерно одинаково и приблизительно составляет 100:50:20 [8], однако более поздние экспериментальные данные для чистых металлов указывают на монотонное изменение этих соотношений по мере увеличения атомного номера элемента [9].

Это значит, что для K-серии необходимо вводить дополнительное условие — линейную зависимость между отдельными линиями K-серии для каждого химического элемента. Более того, для полиметаллических руд эти соотношения несколько отличаются от данных, полученных для чистых металлов, в связи с чем линейную зависимость необходимо заменить линейными ограничениями. Таким образом, K-серия для каждого элемента описывается не тремя независимыми гауссианами, а триплетом с корректным соотношением их интенсивностей. Учет этого факта весьма существенно влияет на достоверность результатов, поскольку математические соотношения автоматически проверяют наличие в рассматриваемом энергетическом диапазоне характеристических линий K-серии каждого элемента. Отметим также, что в системе (1) часть уравнений, касающаяся участков спектра, не связанных с рассматриваемыми химическими элементами, может быть исключена. Кроме того, элементарными матричными преобразованиями система (1) может быть приведена к блочному виду. В результате этой процедуры система (1) распадается на несколько независимых систем уравнений меньшего порядка. Эти факторы уменьшают объем вычислений, что немаловажно для систем реального времени. Указанные элементы отличают авторский подход от близких по постановке и методам решений [10–12]. Ис-

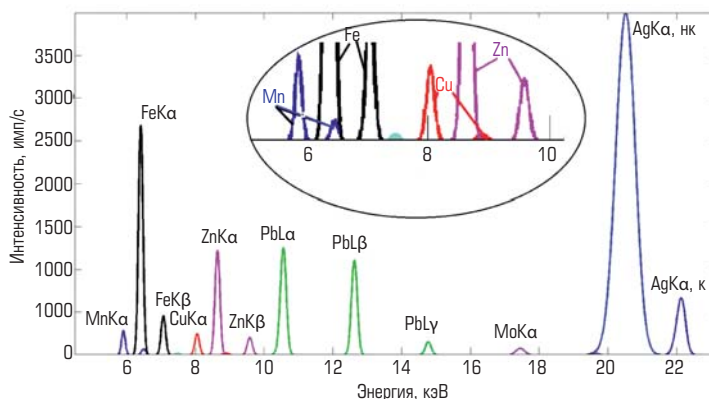


Рис. 4. Результат обработки спектра с выделенным дополнительно диапазоном 6–10 кэВ

пользование современных алгоритмов нелинейного МНК с ограничениями [13, 14] позволяет получить физически обоснованное решение, аппроксимирующее исходный спектр наилучшим образом. В результате обработки исходного спектра указанными методами получаем «очищенную» от фонового излучения совокупность разделенных характеристических линий (рис. 4), интенсивности которых определяются суммированием импульсов в соответствующих энергетических диапазонах («окнах»).

Характерной особенностью измерительной аппаратуры является наличие дрейфа, для компенсации которого полученные интенсивности корректируются по двум реперным образцам в соответствии с приведенным в [15] выражением:

$$J^* = J_{01} + (J - J_{1t})(J_{02} - J_{01})/(J_{2t} - J_{1t}), \quad (3)$$

где J_{01}, J_{02} — соответственно минимальное и максимальное начальные значения интенсивностей аналитических линий реперных образцов 1 и 2; J_{1t}, J_{2t} — текущие значения интенсивностей аналитических линий реперных образцов 1 и 2; J, J^* — соответственно измеренная и скорректированная интенсивности аналитической линии анализируемой пробы.

Теперь, когда обработка измеренных спектров и учет аппаратного дрейфа позволяют оперировать с уточненными значениями интенсивностей аналитических линий элементов, входящих в состав измеренных проб, необходимо получить градуировочные уравнения связи для последующего проведения автоматического РФ-анализа. Для решения этой задачи в АСАК-РИВС используется программно-технический комплекс ПТК «АРМ Аналитика» с разработанной и зарегистрированной в Роспатенте программой «АРМ Аналитика АСАК-РИВС».

Для построения математических моделей, отражающих связь измеренных интенсивностей с массовыми долями анализируемых элементов, программа позволяет использовать как линейную [16, 17], так и нелинейную регрессию [18].

Характерной особенностью использования фирменного программного обеспечения в составе АСАК-РИВС является возможность построения ГУ для анализа как пульповых, так и порошковых проб, отличающихся значительной вариабельностью вещественного состава.

При анализе пульповых проб в условиях значительной вариации мешающих факторов возможно эффективное использование единого уравнения связи общего вида:

$$C_i = I_i I_s / (I_s - I_s^0) (R_i^0 + \sum R_{js} I_{js}); \quad (4)$$

при определении твердой фазы пульпы формула (4) приобретает вид:

$$C_i = 100 / (I_s - I_s^0) (R_i^0 + \sum R_{js} I_{js}); \quad (5)$$

для анализа порошковых проб при тех же условиях хорошо себя зарекомендовало единое уравнение связи вида:

$$C_i = I_i / (I_s - I_s^0) (R_i^0 + R_{ji} + \sum R_{ij} + R_s K); \quad (6)$$

кроме того, возможно использование и традиционных уравнений связи на основе линейной множественной регрессии вида

$$C_i = R_i^0 + R_{ji} + \sum R_{ij} + I_i \sum R_{ij} I_{js}, \quad (7)$$

где C_i — массовая доля определяемого элемента; I_i — интенсивность аналитической линии определяемого элемента; I_s — интенсивность рассеянного излучения (линия сравнения); I_j — интенсивность характеристического излучения любого элемента из числа измеренных; K — различные, специально подбираемые соотношения интенсивностей тормозного, когерентно и некогерентно рассеянного рентгеновского излучения; I_s^0 , R_i^0 , R_s , R_{js} , R_{ji} , R_{ij} , R_{ij} — коэффициенты, определяемые в процессе градуировки.

Достоверность результатов аналитического контроля напрямую зависит от обоснованного выбора аналитиком конкретного вида уравнения связи для каждого определяемого элемента. Для решения этой задачи ПТК «АРМ Аналитика» предлагает развитый интерфейс пользователя, позволяющий удобно и быстро формировать аналитические программы (АП), каждая из которых предназначена для проведения градуировок, необходимых для выполнения элементного анализа одного или нескольких технологических продуктов. Проведение градуировки включает для каждого определяемого элемента задание частных форм любого из приведенных выше уравнений связи (4)–(7), формирование представительного набора градуировочных проб и выполнение соответствующих расчетов с табличным и графическим представлением результатов.

Результаты градуировки включают ряд статистических параметров, позволяющих объективно оценивать эффективность того или иного варианта расчета и предполагаемую погрешность последующего анализа. На рис. 5 представлен экран ПТК «АРМ Аналитика» в режиме градуировки.

Следует отметить, что выводимые на экран значения параметров характеризуют суммарную погрешность РФ-комплекса, привносимую на этапах обработки спектра и корректировки интенсивностей на аппаратный дрейф, при построении уравнения связи на основе массивов измеренных интенсивностей аналитических линий определяемых элементов и рассеянного излучения, а также результатов химического анализа проб с учетом его погрешности.

В процессе эксплуатации обслуживающему персоналу необходимо иметь возможность регулярно контролировать достоверность оперативных анализов, чтобы при возникновении признаков недостоверности оперативно вводить необходимые корректировки, а в некоторых случаях выполнять повторные градуировки. В ПТК «АРМ Аналитика» для выполнения указанных действий предусмотрен режим контроля и корректировки результатов оперативных анализов. На рис. 6 представлен экран, соответствующий этому режиму.

Для каждого продукта формируют набор контрольных проб из числа оперативных, отбираемых для проведения контрольного химического анализа. Сопоставление на основе статистических критериев результатов, полученных с помощью РФ-анализа и контрольного анализа на сформированном наборе проб, позволяет оценить необходимость проведения и возможный эффект корректировки. В случае, если и скорректированные результаты не удовлетворяют предъявляемым требованиям, то это означает,

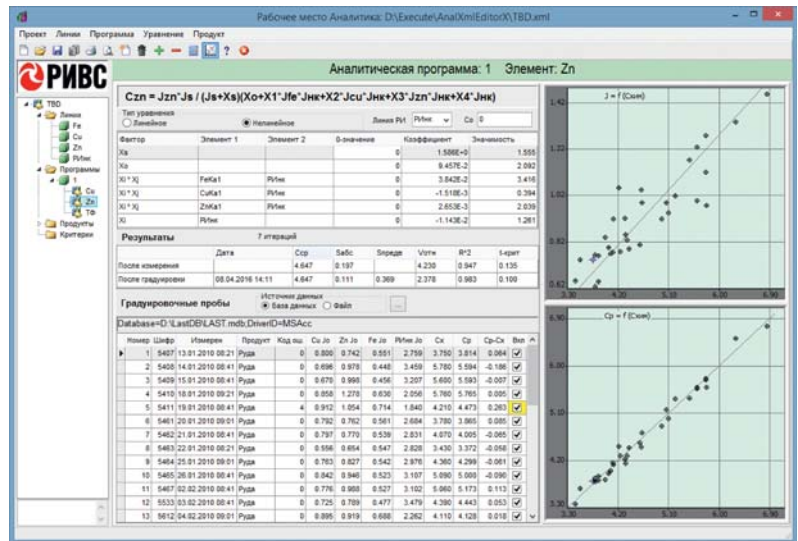


Рис. 5. Экран ПТК «АРМ Аналитика» в режиме градуировки

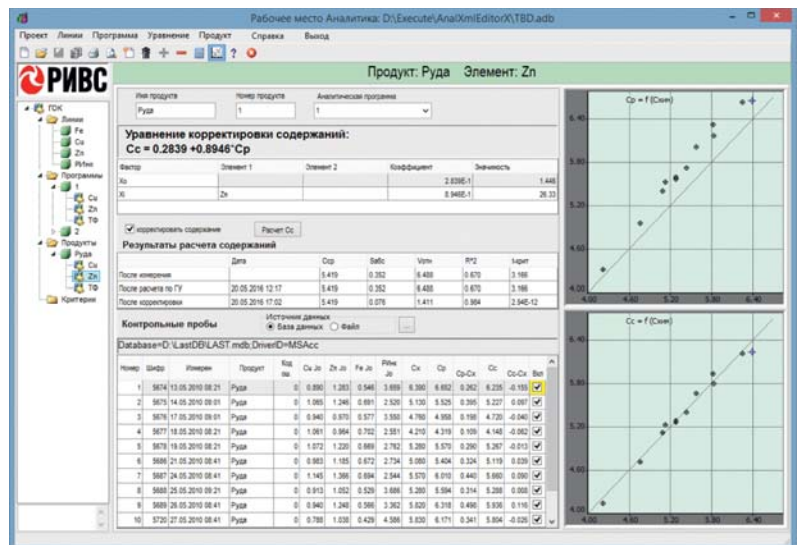


Рис. 6. Экран ПТК «АРМ Аналитика» в режиме контроля и корректировки результатов

что условия проведения анализа данного продукта, физические и/или химические свойства последнего, технология его получения и другие факторы изменились настолько, что необходима повторная градуировка.

Заключение

Представленный подход к повышению достоверности результатов аналитического экспресс-контроля учитывает как физиче-

ские особенности РФ-анализа, так и свойства аппаратуры, причем работающей в автоматическом режиме. Математическая обработка данных, включающая такие элементы, как выделение фонового излучения, деконволюция спектра, учет аппаратурного дрейфа, расширенные возможности построения нелинейных уравнений связи, позволяют получать достоверные результаты и, как следствие, повысить качество управления процессом флотации и получаемой продукции.

Библиографический список

1. Карпов Ю. А., Савостин А. П. Методы пробоотбора и пробоподготовки. 3-е изд. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. — 243 с.
2. Deconvolution With Applications in Spectroscopy / Ed. P. A. Jansson. — Academic Press, Orlando, Florida, 1984. — 342 p.
3. Monakhov V. V., Naumenko P. A., Chashinskaya O. A. An envelope method for removing background from X-ray fluorescence spectra // *Instruments and Experimental Techniques*. 2006. Vol. 49. Iss. 1. P. 56–60.
4. Brunetti A. Removal of the continuum of X-ray spectra using morphological operators // *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 1998. Vol. 45. Iss. 5. P. 2281–2287.
5. Clayton E., Cohen D. D., Duerden P. Thick target PIXE analysis and yield curve calculations // *Nuclear Instruments and Methods*. 1981. Vol. 180. Iss. 2. P. 541–548.
6. Михайленко В. И., Михальчук В. В. Методы разложения спектров с неразрешенной структурой // *Журнал прикладной спектроскопии*. 1987. Т. 46. № 4. С. 535–543.
7. Wazwaz A.-M. The regularization method for Fredholm integral equations of the first kind // *Computers and Mathematics with Applications*. 2011. Vol. 61. P. 2981–2986.
8. Блохин М. А. Физика рентгеновских лучей. — М.: Гостехиздат, 1957. — 518 с.
9. Kahoul A., Aylikci N., Aylikci V., Deghfel B., Kasri Y., Nekkab M. New procedure calculation of photon-induced K β /K α intensity ratios for elements S to U // *Journal of Radiation Research and Applied Sciences*. 2014. Vol. 7. Iss. 3. P. 346–362.
10. Liu H., Zhang Z., Sun J., Liu S. Blind spectral deconvolution algorithm for Raman spectrum with Poisson noise. // *Photonic Research*. 2014. Vol. 2. No. 6. P. 168–171.
11. Манойлов В. В., Новиков Л. В. Оценка параметров масс-спектрометрического пика в дублете // *Научное приборостроение*. 2012. Т. 22. № 3. С. 30–35
12. Томилов А. В., Калинин Б. А., Александров О. Е., Селезнёв В. Д. Математическая обработка масс-спектра с не полностью разрешенными пиками // *Аналитика и контроль*. 2008. Т. 12. № 3-4. С. 107–112.
13. Lawson C. L., Hanson R. J. Solving Least Squares Problems. — Prentice-Hall, 1974. — 337 p.
14. Fan Jinyan. The modified Levenberg-Marquardt method for nonlinear equations with cubic convergence // *Mathematics of Computation*. 2012. Vol. 81. No. 277. P. 447–466.
15. Шелестов М. С., Инсепов Б. К., Бондаренко А. В. и др. Автоматизированный рентгеноспектральный анализ на монголо-советском предприятии «Эрдэнэт» // *Аппаратура и методы рентгеновского анализа*. — Л.: Машиностроение. 1987. Вып. 36. С. 31–38.
16. Тырсин А. Н., Максимов К. Е. Оценка линейных регрессионных уравнений с помощью метода наименьших модулей // *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. 2012. Т. 78. № 7. С. 65–71.
17. Радченко С. Г. Методология регрессионного анализа. — Киев: Корнийчук, 2011. — 376 с.
18. Бондаренко А. В., Карамышев Н. И., Казман Я. М. Нелинейное оценивание параметров в инженерной практике НПО «РИВС» // *Горный журнал*. 2012. № 10. С. 65–70. **ГЖ**

«GORNYI ZHURNAL»/«MINING JOURNAL», 2016, № 11, pp. 80–84
DOI: dx.doi.org/10.17580/gzh.2016.11.15

Enhancing express analytical control reliability in mineral mining and processing

Information about authors

A. V. Bondarenko¹, Head of Analytical Center, Candidate of Engineering Sciences, A_Bondarenko@rivs.ru

N. I. Karamyshev¹, Head of Computer Programming Sector of Analytical Center

Ya. M. Katsman¹, Senior Researcher of Analytical Center, Candidate of Engineering Sciences

¹ RIVS Research and Production, Saint-Petersburg, Russia,

Abstract

The article addresses the importance of credibility of mining and processing express analysis and control, which is the kernel of the integrated system of product quality control. The authors point at the main determinants of the analytical control reliability: the representativity of sampling of products under control, which is ensured by automatic pulp product assay system, and the value of error of X-ray fluorescence analyzer and further mathematical processing of the test data. Major attention is devoted to methods to minimize overall error of the analytical unit and to numerical and program implementation of these methods to support the proprietary automatic analytical control system ASAK-RIVS.

Mathematical processing of X-ray phase test data includes the stages of: selection of maximum reliable spectrum line intensities, considering spectral background and deconvolution; correction of the intensities for instrumental effect; calculation of content of elements in the samples from pre-constructed calibration constraint equations based on linear and nonlinear regression models.

The methods to enhance mathematical processing data reliability are discussed for each stage, and the applied mathematical models are described.

The authors give brief presentation of capabilities of APM Analitika ASAK-RIVS program within ASAK-RIVS, with characterization of screen images of operation in the modes of calibration, control and correction of X-ray phase analysis results. It is concluded that the analytical control reliability is enhanced with the use of the developed technical, mathematical and program support ASAK-RIVS.

Keywords: analytical control, X-ray phase analysis, spectrum, taking account of background, deconvolution, fluorescence and diffuse radiation intensity, spectral lines, calibration equations.

References

1. Karpov Yu. A., Savostin A. P. Methods of sample cutting and sample preparation. Third edition. Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy, 2015. 243 p. ISBN 978-5-9963-2584-9
2. Deconvolution With Applications in Spectroscopy. Ed. P. A. Jansson. Academic Press, Orlando, Florida, 1984. 342 p.

3. Monakhov V. V., Naumenko P. A., Chashinskaya O. A. An envelope method for removing background from X-ray fluorescence spectra. *Instruments and Experimental Techniques*. 2006. Vol. 49, Iss. 1. pp. 56–60.
4. Brunetti A. Removal of the continuum of X-ray spectra using morphological operators. *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 1998. Vol. 45, Iss. 5. pp. 2281–2287.
5. Clayton E., Cohen D. D., Duerden P. Thick target PIXE analysis and yield curve calculations. *Nuclear Instruments and Methods*. 1981. Vol. 180, Iss. 2. pp. 541–548.
6. Mikhaylenko V. I., Mikhalkchuk V. V. Methods of undefined spectra decomposition. *Zhurnal prikladnoy spektroskopii*. 1987. Vol. 46, No. 4. pp. 535–543.
7. Wazwaz A.-M. The regularization method for Fredholm integral equations of the first kind. *Computers and Mathematics with Applications*. 2011. Vol. 61. pp. 2981–2986.
8. Blokhin M. A. X-ray transmission physics. Moscow: Gostekhizdat, 1957. 518 p.
9. Kahoul A., Aylikci N., Aylikci V., Deghfel B., Kasri Y., Nekkab M. New procedure calculation of photon-induced K β /K α intensity ratios for elements S to U. *Journal of Radiation Research and Applied Sciences*. 2014. Vol. 7, Iss. 3. pp. 346–362.
10. Liu H., Zhang Z., Sun J., Liu S. Blind spectral deconvolution algorithm for Raman spectrum with Poisson noise. *Photonic Research*. 2014. Vol. 2, No. 6. pp. 168-171.
11. Manoylov V. V., Novikov L. V. Assessment of parameters of mass-spectrometer peak in doublet. *Nauchnoe priborostroenie*. 2012. Vol. 22, No. 3. pp. 30–35
12. Tomilov A. V., Kalinin B. A., Aleksandrov O. E., Seleznev V. D. Mathematical processing of mass-spectrum that contains incomplete separated peaks. *Analitika i kontrol*. 2008. Vol. 12, No. 3-4. pp. 107–112.
13. Lawson C. L., Hanson R. J. Solving Least Squares Problems. Prentice-Hall, 1974. 337 p.
14. Fan Jinyan. The modified Levenberg-Marquardt method for nonlinear equations with cubic convergence. *Mathematics of Computation*. 2012. Vol. 81, No. 277. pp. 447–466.
15. Shelestov M. S., Insepov B. K., Bondarenko A. V. et al. Automated X-ray spectral analysis on Mongol-Soviet enterprise «Erdenet». *Apparatura i metody rentgenovskogo analiza*. 1987. Iss. 36. pp. 31–38.
16. Tyrsin A. N., Maksimov K. E. Assessment of linear regression equations by least absolute deviation method. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov*. 2012. Vol. 78, No. 7. pp. 65–71.
17. Radchenko S. G. Regression analysis methodology. Kiev: Korniychuk, 2011. 376 p.
18. Bondarenko A. V., Karamyshev N. I., Katsman Ya. M. Non-linear assessment of parameters in the engineering practice of the Scientific Production Association «RIVS». *Gornyi Zhurnal*. 2011. No. 10. pp. 65–70.