

УДК 622.235+519.63

# ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ УГОЛЬНОГО ПЛАСТА ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ КОНТАКТА С ВМЕЩАЮЩИМИ ПОРОДАМИ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ\*



**А. Л. КАРЧЕВСКИЙ,**  
ведущий научный  
сотрудник,  
д-р физ.-мат. наук



**Л. А. НАЗАРОВА,**  
ведущий научный сотрудник,  
д-р физ.-мат. наук,  
lanazarova@ngs.ru



**В. Н. ЗАХАРОВ,**  
директор,  
чл.-корр. РАН



**Л. А. НАЗАРОВ,**  
ведущий научный сотрудник,  
д-р физ.-мат. наук

Институт проблем комплексного освоения недр  
им. академика Н. В. Мельникова РАН, Москва, Россия

## Введение

Мониторинг состояния углепородного массива – неотъемлемый элемент технологии конвейерной выемки угольных пластов [1]. Высокая скорость продвижения забоя (до 20 м/сут [2]) обуславливает быстрое изменение геомеханических полей в массиве, что может привести к разрушению пород и вызвать опасные динамические явления (горные удары, внезапные выбросы) [3, 4]. Поэтому оценка текущего напряженно-деформированного состояния и прогноз его вариации при развитии горных работ на основе геомеханического моделирования необходимы для планирования и осуществления профилактических мероприятий, снижающих риск возникновения нежелательных геодинамических событий.

Разработка и реализация геомеханических моделей углепородного массива осложняется не только контрастными деформационно-прочностными параметрами угля и вмещающих пород, но и неопределенностью свойств поверхностей контакта пород кровли и почвы с пластом. Такие контакты зачастую представляют

В рамках линейно упругой 2D-модели деформирования углепородного массива сформулирована и решена обратная задача определения краевых условий на горизонтальных границах угольного пласта по данным акустического зондирования (распределение скорости  $V$  продольных волн) и эмпирической зависимости  $V$  от напряжений. Это позволяет выполнить реконструкцию напряженно-деформированного состояния в пласте. Теоретически обоснован механизм формирования и реализации внезапного выброса: наличие участков с низким сцеплением на контакте пласта с вмещающими породами обуславливает при отработке запасов формирование и развитие зон горизонтальных растягивающих напряжений, что создает предпосылки откольного разрушения призабойной зоны.

**Ключевые слова:** угольный пласт, напряжение, вмещающие породы, контакт, граничные условия, обратная задача, целевая функция, упругость, внезапный выброс.

**DOI:** 10.17580/gzh.2017.11.07

собой тонкие прослои углистых пород или высококозольных глинистых углей [5–7], механические характеристики которых невозможно определить с помощью прямых измерений [3], поэтому используют различные косвенные, в основном геофизические, методы [8, 9]. Именно свойства контактных поверхностей во многом определяют касательные напряжения на границах пласта, величина которых должна быть известна при расчетах. Задание же нормальных напряжений (опорного давления), зависящих от глубины залегания и протяженности пласта, а также размеров отработанного пространства [10], не представляет сложности.

В настоящей статье в рамках упругой модели предложен метод определения касательных напряжений на верхней и нижней границах горизонтального пласта на основе решения обратной задачи по данным о распределении гидростатического напряжения в срединном сечении, которое можно получить в результате интерпретации акустических измерений [11]. При известных граничных нормальных напряжениях это позволяет рассчитать напряженно-деформированное состояние в отработываемой панели.

## Геомеханическая модель и постановка прямой задачи

Рассмотрим горизонтальный угольный пласт мощностью  $2H$ , разрезанный штреками на панели длиной  $2L$ ; на рис. 1 показано его вертикальное сечение. Будем считать, что протяженность

\* Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 16-17-00029).

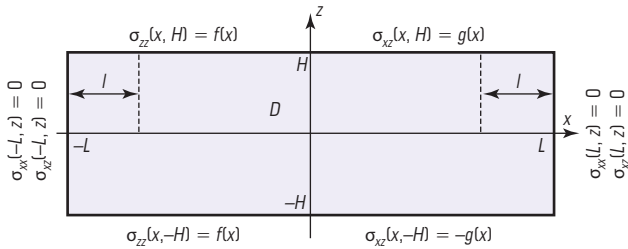


Рис. 1. Схема расчетной области и граничные условия

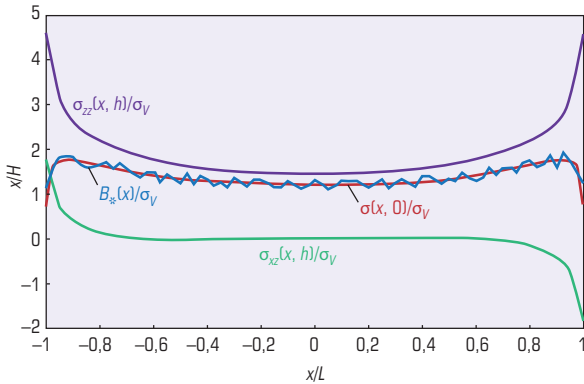


Рис. 2. Распределение напряжений на горизонтальных границах D при  $H = 0,1L$  и входные данные  $B_s(x)$  обратной задачи ( $\sigma_V$  – литостатическое напряжение)

пласта в ортогональном направлении много больше  $L$ , тогда справедлива гипотеза плоского деформированного состояния [12]. В расчетной области  $D = \{|x| \leq L, |z| \leq H\}$  выполнены:

$$\begin{aligned} &\text{уравнения равновесия} \\ &\sigma_{ij,j} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} &\text{закон Гука} \\ &\sigma_{ij} = \lambda \epsilon \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} &\text{и соотношения Коши} \\ &\epsilon_{ij} = 0,5(u_{i,j} + u_{j,i}), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\sigma_{ij}$  и  $\epsilon_{ij}$  – компоненты тензоров напряжений и деформаций ( $i, j = x, z$ );  $\delta_{ij}$  – дельта Кронекера,  $\epsilon = \epsilon_{xx} + \epsilon_{zz}$ ,  $u_i$  – смещения;  $\lambda$  и  $\mu$  – параметры Ламе.

На границе области  $D$  сформулируем следующие условия:

$$\sigma_{xx}(\pm L, z) = \sigma_{xz}(\pm L, z) = 0; \quad (4)$$

$$\sigma_{zz}(x, \pm H) = f(x), \sigma_{xz}(x, \pm H) = \pm g(x), \quad (5)$$

где функция  $g$  должна удовлетворять условию

$$\int_{-L}^L g(x) dx = 0, \quad (6)$$

обеспечивающему выполнение теоремы единственности решения задачи теории упругости [12].

Известно [12], что система (1)–(3) сводится к бигармоническому уравнению

$$\Delta \Delta \psi = 0, \quad (7)$$

напряжения выражаются через функцию Эри

$$\sigma_{xx} = \Psi_{xx}, \sigma_{zz} = \Psi_{zz}, \sigma_{xz} = -\Psi_{xz}. \quad (8)$$

Для краевых условий (4), (5)  $\sigma_{ij}$  не зависят от деформационных свойств среды.

Многие процедуры интерпретации данных мониторинга тектонической сейсмичности предусматривают моделирование геомеханических полей [13–15]. Временной промежуток между поступлением информации и принятием решения должен быть минимальным, поэтому для расчета полей напряжений и деформации необходимо иметь быстрые алгоритмы, основанные на аналитических решениях. В работе [16] предложен метод решения системы (1)–(5), основанный на разложении функций (4), (5), (7) и (8) в бесконечные ряды по системе специальным образом построенных базовых функций  $\{X_n(x)\}$ , ортогональных на отрезке  $[-L, L]$  [17]. Структура полученных рядов допускает разложение каждого из них на сумму аналитического слагаемого и быстро сходящегося ряда, что позволило разработать эффективный алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния пласта.

### Формулировка и решение обратной задачи

Пусть на горизонтальных границах пласта известно распределение вертикальных напряжений (функция  $f$ ), но неизвестны касательные напряжения. Такая ситуация – неопределенность условий контакта пласта с вмещающими породами – встречается на многих угольных месторождениях [6, 7, 18, 19]. С помощью сейсмической томографии можно установить распределение скорости продольных волн  $V$  в пласте на каждой стадии отработки [11, 20]. Эти данные, дополненные результатами лабораторных экспериментов об эмпирической связи  $V$  и гидростатического напряжения  $\sigma$  [21, 22], позволяют определить зависимость  $\sigma = B(x)$ , например, в среднем сечении пласта. Последняя и будет входной информацией при решении обратной задачи: при известной функции  $f(x)$  найти распределение касательных напряжений  $g(x)$  на горизонтальных границах пласта по заданной  $B(x)$ .

Решение сформулированной задачи сводится к отысканию коэффициентов  $\beta_n$  в разложении

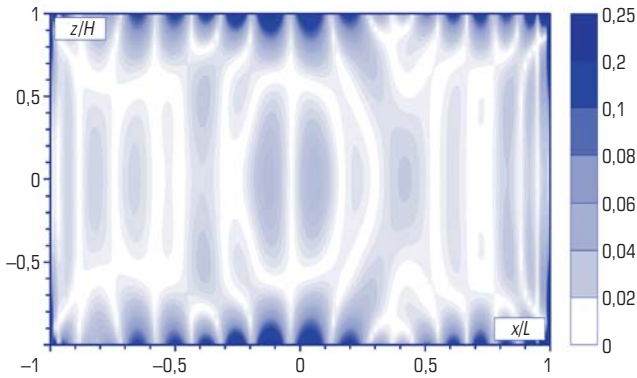
$$g(x) = \sum_{n=1}^N \beta_n X_n(x),$$

доставляющих минимум целевой функции

$$\Phi(\beta_1, \dots, \beta_N) = \int_{-L}^L [\sigma(x, h, \beta_1, \dots, \beta_N) - B(x)]^2 dx, \quad (9)$$

где  $\sigma(x, h, \beta_1, \dots, \beta_N)$  – гидростатическое напряжение, найденное из формул (1)–(5) при некоторых значениях  $\beta_n$ . В силу линейности задачи функционал (9) выпуклый [23], его минимум находили методом сопряженных градиентов.

Рассмотрим числовой пример. Используя оригинальный код для расчета методом конечных элементов [24], решим задачу о деформировании ленточного целика (длиной  $2L$ , высотой  $2H$ ,  $H = 0,2L$ ), разделяющего очистные камеры протяженностью  $L$ , найдем распределение вертикальных и горизонтальных напряже-



**Рис. 3. Относительная ошибка (%) при реконструкции распределения максимального касательного напряжения в области  $D$**

ний на его горизонтальных границах (рис. 2, положительные значения соответствуют сжатию), а также напряжение  $\sigma(x, 0)$  в среднем сечении  $z = 0$ . Синтезируем входные данные, налагая на него мультипликативный шум с амплитудой  $\delta$ :

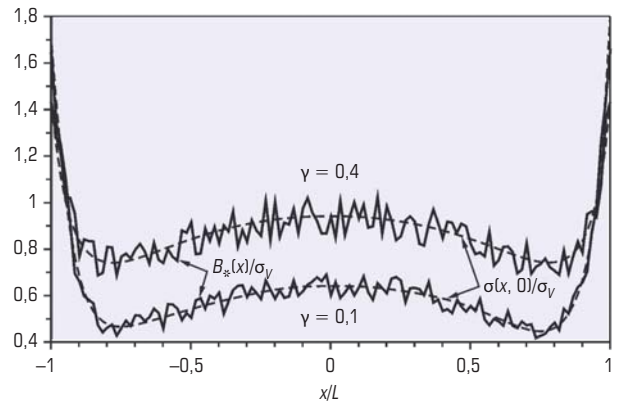
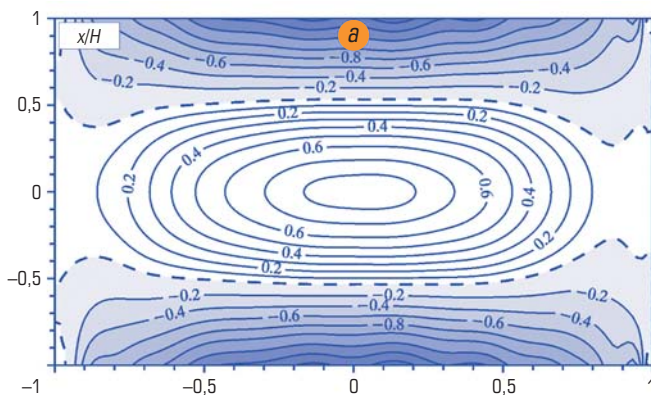
$$B_s(x) = [1 + \delta\xi(x)]\sigma(x, 0), \quad (10)$$

где  $\xi$  – случайная величина, равномерно распределенная на отрезке  $[-1, 1]$ .

Численные эксперименты показали, что относительная ошибка  $\alpha$  восстановления компонент тензора напряжений незначительно отличается от уровня шума во входных данных. На рис. 3 показаны линии уровня величины  $\alpha(x, z) = |1 - \tau_{\max}^*(x, z)/\tau_{\max}(x, z)|$ , где  $\tau_{\max}$  – точное распределение максимального касательного напряжения, а  $\tau_{\max}^*$  – найденное в результате решения обратной задачи по (10) при  $\delta = 0,1$ .

**Оценка состояния угольного пласта при ослаблении сцепления с вмещающими породами в призабойной зоне**

Существует целый ряд факторов, которые могут вызвать уменьшение касательных напряжений на границе пласта с породами кровли и почвы: неоднородность свойств контактов, проникновение влаги, мероприятия по дегазации и т. д. Рассмотрим модельную ситуацию: в окрестности вертикальных границ области  $D$



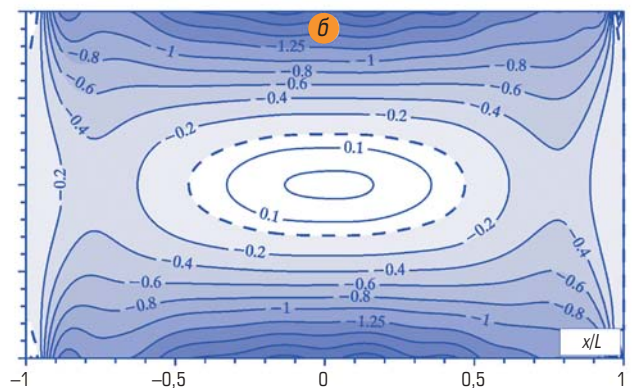
**Рис. 4. Входные данные для решения обратных задач при различных значениях коэффициента ослабления сцепления  $\gamma$  на горизонтальных границах**

на участках протяженностью  $l$  (см. рис. 1) уменьшаются касательные напряжения на контакте пласта с вмещающими породами. В этом случае функция  $g$  из (5) заменяется на  $g_1(x) = k(x)g(x)$ , где

$$k(x) = \begin{cases} 1 & |L - x| > l; \\ \gamma & |L - x| \leq l; \end{cases}$$

( $\gamma < 1$ ), причем для  $g_1$  условие (6) также выполнено.

На рис. 4 штриховыми линиями показано среднее напряжение  $\sigma(x, 0)$ , полученное в результате решения прямой задачи (1)–(5) при  $l = 0,1L$  и  $\gamma = 0,1; 0,4$ ; сплошные линии – синтезированные по (1) входные данные  $B_s(x)$  при  $\delta = 0,1$ ; рис. 5 демонстрирует распределение напряжений  $\sigma_{xx}$  в пласте, полученное в результате обратной задачи по данным рис. 4. Как видно, с уменьшением сцепления между вмещающими породами и пластом увеличиваются уровень и зона растягивающих горизонтальных напряжений так, что при некотором соотношении  $l$  и  $\gamma$  она охватывает всю мощность пласта. Вследствие низкой прочности угля на растяжение [25, 26] это может привести к откольному разрушению и выносу породы в свободное пространство. Последнее обусловлено наличием в пласте свободного метана, давление которого равно горному [27].



**Рис. 5. Распределение горизонтальных напряжений  $\sigma_{xx}/\sigma_y$ , полученное в результате решения обратной задачи для различных  $\gamma$ : а – 0,4; б – 0,1**

## Заключение

Разработан метод реконструкции поля напряжений в отрабатываемом угольном пласте посредством решения обратной задачи определения граничных условий по *in situ* данным о распределении скорости продольных волн  $V$  и эмпирической зависимости  $V$  от среднего напряжения. Обоснован механизм возникновения внезапного выброса, вызванного наличием участков с низким сцеплением на контакте пласта с вмещающими породами, что

приводит к формированию зон горизонтальных растягивающих напряжений и созданию предпосылок откольного разрушения призабойной зоны.

## Библиографический список

См. англ. блок. [73](#)

«GORNYI ZHURNAL», 2017, № 11, pp. 37–40  
DOI: 10.17580/gzh.2017.11.07

**Stress state estimation in coal bed under random conditions in contact zone with enclosing rocks based on inverse problem solution**

### Information about authors

**A. L. Karchevsky**<sup>1</sup>, Leading Researcher, Doctor of Physico-Mathematical Sciences  
**L. A. Nazarova**<sup>1</sup>, Leading Researcher, Doctor of Physico-Mathematical Sciences, [lanazarova@ngs.ru](mailto:lanazarova@ngs.ru)  
**V. N. Zakharov**<sup>1</sup>, Director, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences  
**L. A. Nazarov**<sup>1</sup>, Leading Researcher, Doctor of Physico-Mathematical Sciences

<sup>1</sup> Institute of Integrated Mineral Development – IPKON, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

### Abstract

Seismic monitoring is an integral element of a hard mineral mining technology. The seismic data interpretation is possible with various approaches (statistical, deterministic, integrated) and is aimed to obtain information on geomechanical conditions of rocks. This article suggests the method to recover stress field in coal and rock mass based on inverse problem solution.

Within a two-dimensional linearly elastic model of coal bed deformation under mining, the authors formulate and prove resolvability of an inverse problem on the conditions in horizontal contact zones based on the data on distribution of normal octahedral stress  $s(x)$ :

- using acoustic probing or tomography, the velocity  $V(x)$  is determined in the middle section of a coal bed;
- based on the lab test data on rocks in the bed under mining, the empirical relation  $V = F(s)$  is obtained.

Using the results, the input data  $s(x) = F^{-1}(V(x))$  are calculated for the inverse problem to determine the boundary conditions and, thus, to recover the stress-strain state in the coal bed.

The mechanism of initiation and development of an outburst has been proposed and theoretically validated: the presence of areas with low cohesion in the contact zones between coal bed and enclosing rock mass conditions formation and expansion of horizontal tensile stress zones at the coal bed edges in the course of heading, which induces the risk of splitting-off of coal due to its low tensile strength.

The study has been supported by the Russian Science Foundation, Project No. 16-17-00029.

**Keywords:** coal bed, stress, enclosing rocks, contact, boundary conditions, inverse problem, objective function, elasticity, outburst.

### References

- Zakharov V. N. Seismoacoustic forecasting and control of state and properties of rocks during the coal deposit mining. Moscow : IGD imeni A. A. Skochinskogo, 2002. 172 p.
- Zakharov V. N., Malinnikova O. N., Averin A. P. Modeling mining-induced vibrations in production face area in coal-rock mass. *Gornyi Zhurnal*. 2016. No. 12. pp. 28–32. DOI: 10.17580/gzh.2016.12.06
- Turchaninov I. A., Iofis M. A., Kasparyan E. V. Basis of rock mechanics. Second edition, revised and enlarged. Leningrad : Nedra, 1989. 488 p.
- Seidle J. Fundamentals of Coalbed Methane: Reservoir Engineering. Oklahoma : PennWell Corporation, 2011. 401 p.
- Mining encyclopedia. Ed.: A. E. Kozlovskiy. Moscow : Sovetskaya entsiklopediya, 1991. Vol. 5. USSR – Yashma. 541 p.
- Mironov K. V. Reference book of geologist-collier. Moscow : Nedra, 1982. 311 p.

- Dorokhov D. V., Sivokhin V. I., Podtykalov A. S., Kostyuk I. S. Technology of underground mining of stratified mineral deposits : tutorial. Donetsk : DonGTU, 1997. 344 p.
- Shkuratnik V. L., Nikolenko P. V. Methods of definition of stress-strain state of rock mass. Moscow : Gornaya kniga, 2012. 112 p.
- Kocharyan G. G. Geomechanics of faults. Moscow : Geos, 2016. 423 p.
- Baklashov I. V. Geomechanics. Moscow : Izdatelstvo MGGU, 2004. Vol. 1. Basis of geomechanics. 208 p.
- Nazarova L. A., Nazarov L. A., Protasov M. I. Reconstruction of 3D stress field in coal-rock mass by solving inverse problem using tomography data. *Fiziko-tehnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*. 2016. No. 4. pp. 12–21.
- Atkin R. J., Fox N. An Introduction to the Theory of Elasticity. Dover Publications, 2013. 256 p.
- Cao A., Dou L., Cai W., Gong S., Liu S. et al. Case study of seismic hazard assessment in underground coal mining using passive tomography. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2015. Vol. 78. pp. 1–9.
- Al Heib M. Numerical and Geophysical Tools Applied for the Prediction of Mine Induced Seismicity in French Coalmines. *International Journal of Geosciences*. 2012. Vol. 3, No. 4. pp. 834–846.
- Nazarov L. A., Nazarova L. A., Yaroslavtsev A. F., Miroshnichenko N. A., Vasileva E. V. Evolution of stress fields and induced seismicity in operating mines. *Fiziko-tehnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*. 2011. No. 6. pp. 6–13.
- Karchevskiy A. L. Calculation of stresses in a coal seam in presence of gas diffusion. *Sibirskiy zhurnal industrialnoy matematiki*. 2016. Vol. 19, No. 4. pp. 31–43.
- Khalilov S. A. About a set of coordinate functions for solving the boundary-value problems of plate and shell theory. *Flying vehicles' design strength : collection of scientific proceedings*. Kharkov : KhAI, 1977. Iss. 4. pp. 60–65.
- Farmer I. Coal Mine Structures. Springer, 1985. 287 p.
- Bulat A. F., Zvyagilskiy E. L., Lukinov V. V., Pereplitsa V. G., Pimonenko L. I. et al. Coal-rock massif of Donbass as a heterogeneous environment. Kiev : Naukova dumka, 2008. 411 p.
- Westman E., Luxbacher K., Schafrik S. Passive seismic tomography for three-dimensional time-lapse imaging of mining-induced rock mass changes. *The Leading Edge*. 2012. Vol. 31, No. 3. pp. 338–345.
- Morcote A., Mavko G., Prasad M. Dynamic elastic properties of coal. *Geophysics*. 2010. Vol. 75, No. 6. pp. E227–E234.
- Shkuratnik V. L., Nikolenko P. V., Koshelev A. E. Stress Dependence of Elastic P-Wave Velocity and Amplitude in Coal Specimens under Varied Loading Conditions. *Fiziko-tehnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*. 2016. No. 5. pp. 48–53.
- Vasilev F. P. Numerical methods for extremum problem solving. Moscow : Nauka, 1988. 550 p.
- Dyadkov P. G., Nazarova L. A., Nazarov L. A. Numerical modeling of stress state of the Earth's crust and conditions of dynamic instability of seismic-active fractures during rifting. *Geologiya i geofizika*. 1997. Vol. 38, No. 12. pp. 2001–2010.
- Shtumpf G. G., Ryzhkov Yu. A., Shalamanov V. A., Petrov A. I. Physical and technical properties of rocks and coals of Kuznetsk basin : reference book. Moscow : Nedra, 1994. 447 p.
- Physical properties of rocks and minerals. Second edition, revised and enlarged : reference book. Ed.: N. B. Dortman. Moscow : Nedra, 1984. 455 p.
- Khristianovich S. A., Kovalenko Yu. F. About the measurement of gas pressure in coal layers. *Fiziko-tehnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*. 1988. No. 3. pp. 3–24.